

CAPACIDADES DIDÁCTICAS EN EL DISEÑO DE TAREAS CON MODELACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN INICIAL DE PROFESORES

TEACHING SKILLS IN DESIGN OF TASKS WITH MODELING IN PRE-SERVICE MATHEMATICS TEACHERS

Angela Mora Zuluaga (*)

José Ortiz Buitrago

*Universidad de Carabobo, Maracay
Venezuela*

Resumen

Se analiza el desarrollo de la competencia de planificación de la enseñanza relacionada con la integración de la modelación en el diseño de tareas. Se llevó a cabo un estudio cualitativo con perspectiva teórica interpretativa. La información fue recabada durante la implementación de un programa formativo, donde participaron 27 profesores de matemáticas en formación, quienes abordaron el diseño de tareas con modelación. Se recurrió a procesos de observación y análisis sobre las producciones, presentaciones y una entrevista. Los resultados permitieron identificar el desarrollo de capacidades asociadas con la integración de la modelación en el diseño de tareas. Adicionalmente, permiten afirmar que los profesores en formación desarrollaron una visión funcional sobre esta estrategia. Las dificultades se relacionaron con el diseño de tareas, los usos de la modelación en el aula, y el modelo de formación previo, al cual se asoció la ausencia de experiencias con el uso didáctico de esta estrategia.

Palabras claves: Planificación de la enseñanza, Modelación matemática, Tareas de matemáticas.

Abstract

This paper analyzes the development of educational planning competence related to the integration of design modeling tasks. A qualitative study with interpretive theoretical perspective was carried out. The information was gathered during the implementation of a training program where 27 pre-service mathematics teachers participated in training, discussing design modeling tasks. They applied processes of observation and analysis of productions, presentations and an interview. The results obtained enabled skills associated with the integration of modeling in the design tasks to be identified. Additionally, support is given to the conclusion that student teachers developed a functional view on this strategy in relation to difficulties related to the design tasks, the use of modeling in the classroom and model training prior to which the lack of experience with the use of this teaching strategy was associated.

Keywords: Planning for teaching, mathematical modeling, mathematical Tasks.

(*) Autor para correspondencia:

Dra. Angela Mora Zuluaga
Universidad de Los Andes.
Departamento de Ciencias.
Avenida Universidad, Edificio
Administrativo de la ULA-Táchira, Piso 3.
San Cristóbal, Estado Táchira, Venezuela.
Correo de contacto:
ammzuluaga@gmail.com

© 2010, Perspectiva Educacional
<http://www.perspectivaeducacional.cl>

RECIBIDO: 25 de marzo de 2014
ACEPTADO: 24 de julio de 2014
DOI: 10.4151/07189729-Vol.54-Iss.1-Art.281

1. INTRODUCCIÓN

Uno de los propósitos fundamentales de la formación inicial del profesor de matemáticas es que este desarrolle el conocimiento necesario para aprender a enseñar matemáticas, es decir, aprender a utilizar y construir conocimiento desde la reflexión sobre la enseñanza (Llinares, 2008). En este sentido, aprender a enseñar matemáticas es un proceso complejo, y como tal, requiere ser abordado desde distintas miradas y reflexión. En este trabajo, se asume que la planificación de la enseñanza constituye una vía de abordaje a este conocimiento, pues forma parte de las competencias que lo conforman. Asimismo, las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, se vinculan directamente con aprender a enseñar matemáticas, pues requieren de la reflexión y análisis sobre la enseñanza de un contenido matemático. Por esta razón, durante la formación inicial del profesor, se debe propiciar oportunidades para la construcción del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, potenciando las capacidades de los profesores en formación al simular y problematizar situaciones profesionales de enseñanza.

Un ejemplo de simulación y problematización de situaciones profesionales, lo constituye la planificación de unidades didácticas donde se ponen en práctica y desarrollan capacidades relacionadas con la competencia de planificación de la enseñanza, la cual constituye una competencia clave en la formación inicial de profesores de matemáticas (Gómez, 2007; Lupiáñez, 2009; Rico, Marín, Lupiáñez, y Gómez, 2008). En ese sentido, durante el proceso de planificación de unidades didácticas, además de la reflexión y análisis de las situaciones de enseñanza, los futuros profesores reflexionan y diseñan las tareas u oportunidades de aprendizaje, con las cuales pretenden el logro de las expectativas de aprendizaje. En este trabajo, una tarea se conceptualiza como “una propuesta para el alumno que implica una actividad de él en relación con las matemáticas y que el profesor planifica como instrumento para el aprendizaje o de evaluación del aprendizaje” (Marín, 2005, p. 1).

El proceso de diseño, organización y análisis de las tareas, requiere que, previamente, se analice y discuta sobre aspectos de la planificación relacionados con la estructura conceptual del contenido, sus sistemas de representación y fenomenología; con los objetivos de enseñanza y competencias a desarrollar, los errores y dificultades asociados al contenido que pudieran surgir en el aprendizaje de los estudiantes; con la o las estrategias de enseñanza adecuadas al contenido a enseñar, entre otros aspectos.

Con relación a esto, la modelación matemática constituye una estrategia de enseñanza cuya importancia y potencialidades han sido objeto de diversas investigaciones en los últimos años. En este sentido, Ortiz, Rico y Castro (2007) además de Mendible y Ortiz (2007) sostienen que la modelación matemática (en adelante se omitirá el adjetivo matemática, asumiendo su carácter implícito, esto con la finalidad de evitar repeticiones o redundar con el término) como estrategia de enseñanza, amplía los conocimientos matemáticos y didácticos en la formación inicial de los profesores y enfatiza en una filosofía de las matemáticas que supera diversas barreras relacionadas con la solución de problemas.

Para Ortiz (2002) “el empleo de la modelización matemática en la formación inicial de profesores no solo amplía el conocimiento didáctico sino que desarrolla una manera particular de pensamiento y actuación del profesor” (p. 70). Este autor señala que los resultados de la aplicación de este proceso en la Educación matemática han determinado

que es una forma organizada y dinámica para producir un acercamiento de las matemáticas al contexto físico y social del alumno. Por otra parte, las tareas u oportunidades de aprendizaje que conforman la planificación de una unidad didáctica, concebidas desde y para el proceso de modelación, requieren la reflexión y análisis de la enseñanza del contenido. En otras palabras, la modelación como estrategia de enseñanza contribuye en el proceso de aprender a enseñar matemáticas. De esta manera, surge la importancia de integrar la modelación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Una integración que requiere del desarrollo de unas capacidades relacionadas con la planificación de la enseñanza para lograr incorporarla en la labor docente. Cuando el futuro profesor planifica la enseñanza de un contenido, donde incluye tareas u oportunidades de aprendizaje que integran la modelación, moviliza y pone en práctica conocimientos, capacidades, habilidades, destrezas e intuiciones que conforman su competencia profesional en este tipo de tarea.

En este artículo, se analiza el desarrollo de capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, asociadas con la integración de la modelación como estrategia de enseñanza para el diseño de tareas u oportunidades de aprendizaje.

2. MODELACIÓN COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA

La modelación y las aplicaciones de las matemáticas, han sido tema central en Educación matemática durante los últimos 30 años, presentándose como tema de interés en diferentes reuniones científicas nacionales e internacionales, desde distintas perspectivas y donde, cada vez más, se ponen en evidencia sus virtudes en la formación de los profesores de matemáticas. Bassanezi (1999) define la modelación como el arte de transformar problemas de la realidad en problemas matemáticos, resolverlos e interpretar sus soluciones en el lenguaje del mundo real. Su desafío para el profesor que la asume para enseñar matemáticas, consiste en ayudar al alumno a comprender y construir relaciones matemáticas significativas en cada etapa del proceso. Por su parte, Barbosa (2001a) entiende la modelación como un ambiente de aprendizaje en el cual los alumnos indagan y/o investigan, por medio de la matemática, sobre situaciones que surgen en otras áreas de la realidad. Para Blomhøj (2004), la modelación constituye una práctica de enseñanza que focaliza el proceso de enseñanza y aprendizaje en la relación entre el mundo real y la matemática.

Tomando en consideración las conceptualizaciones anteriores, en este estudio, se asume la modelación como una estrategia de enseñanza que permite la construcción de conceptos matemáticos de forma más comprensiva para los estudiantes. En este sentido, la modelación es el proceso mediante el cual se estudia la relación entre un fenómeno y una subestructura o contenido matemático, a partir de una situación o problema del mundo físico, social o real, con la finalidad de aproximarse al fenómeno. Se asumirá la modelación como un proceso flexible, recursivo y cíclico, donde el modelo debe dirigirse a comprender y resolver el problema o situación real.

El proceso de modelación, se concibe además como un “organizador para secuenciar y desarrollar la enseñanza de los contenidos matemáticos” (Ortiz, Rico, y Castro, 2007, p. 442), en particular, aquellos relacionados con el álgebra escolar, por las posibilidades de llevar a

cabo este proceso con estos contenidos (Ortiz, 2002). En concordancia con Ortiz et al. (2007), en este trabajo se considera como un elemento clave en la formación inicial del profesor de matemáticas, pues contribuye al desarrollo del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemáticas.

Es así como, la modelación constituye un aspecto fundamental de la competencia de planificación de la enseñanza por sus implicaciones en la planificación de unidades didácticas, y específicamente en el diseño de las tareas u oportunidades de aprendizaje. Como elemento en la planificación de unidades didácticas, la modelación influye y determina en el tipo de tareas u oportunidades de aprendizaje que diseñan y seleccionan los profesores en formación durante este proceso. Para Doerr (2007) este tipo de tareas proporcionan a los estudiantes oportunidades para desarrollar diversos enfoques para expresar sus interpretaciones sobre una situación dada y discutir sobre los modelos creados en un contexto de aprendizaje.

Asimismo, Kaiser (2007) sostiene que utilizar la modelación en la enseñanza de las matemáticas contribuye a que el estudiante comprenda la relevancia de estas para abordar conceptos de otras áreas científicas y también situaciones cotidianas surgidas en su contexto. Así, el uso de esta estrategia puede contribuir a desarrollar competencias que le permitan comprender problemas del mundo real y abordarlos a través de las matemáticas.

Por las razones expuestas anteriormente, las tareas escolares u oportunidades de aprendizaje, deberán estar dirigidas a la puesta en práctica de las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, referidas a la modelación como estrategia de enseñanza.

Para implementar la modelación en el aula, Barbosa (2001b) partiendo de las experiencias relatadas en la literatura especializada, propone tres situaciones, niveles o casos, asociadas con el contexto escolar, la experiencia de los profesores y los intereses de los alumnos, entre otros factores. Estos se describen en la tabla 1.

Los casos mencionados en la tabla 1, flexibilizan la utilización de la modelación como estrategia de enseñanza y proporciona opciones a los futuros profesores para el diseño y selección de las tareas u oportunidades de aprendizaje durante la planificación de unidades didácticas. La elección de la forma de implementación de la modelación en la secuenciación de las tareas, proporciona oportunidades de discusión y reflexión sobre la enseñanza de un contenido matemático y sobre la naturaleza de los modelos matemáticos asociados a este, por ende contribuye a desarrollar la competencia de planificación de la enseñanza de los profesores en formación.

Tabla 1*Formas de implementación de la modelación en el aula*

Nivel	Descripción
Primer caso (Nivel 1)	El profesor elige un tema, simplifica y elabora una situación problemática, presenta los datos necesarios para su resolución, elabora un modelo matemático y deja que los alumnos discutan sobre la solución del problema, orientados por el profesor. En este caso, el docente tiene una mayor participación en la conducción y orientación de las actividades de modelización.
Segundo caso (Nivel 2)	El profesor propone una situación problemática, para ser resuelta por los alumnos con su orientación, y los alumnos son responsables de simplificar la situación problema, recolectar los datos necesarios para su resolución y proporcionar la solución a la situación problema. En este caso, existe una menor conducción de las actividades de modelización por parte del profesor.
Tercer caso (Nivel 3)	Los alumnos eligen un tema, simplifican y elaboran una situación problemática, recolectan los datos necesarios para su resolución y proporcionan la solución a la situación problema, es decir, todas las etapas son conducidas por los alumnos con la orientación del profesor. En este caso, se evidencia una mayor autonomía de los alumnos en la conducción de las actividades de modelización.

Fuente: Tomado de Barbosa (2001b).

Con base en las múltiples ventajas esgrimidas en los párrafos anteriores, se asume que la integración de la modelación en el diseño de tareas u oportunidades de aprendizaje, representa un avance sobre la enseñanza de las matemáticas, pues permite visualizar los contenidos matemáticos como herramientas o estructuras para otras áreas de conocimiento, y no como la simple transmisión de técnicas. Sin embargo, y de acuerdo con la opinión de Biembengut y Hein (2004), esta no representa una panacea para resolver todos los problemas relacionados con la enseñanza de las matemáticas en la práctica escolar, ella exige una mirada distinta y una conceptualización diferente sobre la comprensión, la función docente, el rol del estudiante, el conocimiento, la enseñanza, el aprendizaje y la matemática escolar.

En este sentido, para este estudio la potencialidad de esta estrategia de enseñanza depende del análisis sobre aspectos de la planificación que son inherentes a cada tema y contenido matemático. En otras palabras, para diseñar tareas con modelación que contribuyan a desarrollar el conocimiento matemático del estudiante, se requiere que el docente o futuro docente reflexione sobre los conceptos, sistemas de representación y fenómenos implícitos o relacionados con ellas; sobre la forma como esas tareas pueden contribuir al logro de los objetivos de enseñanza planteados y el desarrollo de competencias; sobre los errores y dificultades asociados al contenido y a los conceptos, que pudieran surgir en el aprendizaje de los estudiantes y la forma como esas tareas pueden contribuir en su abordaje y superación; y sobre la forma de uso de la modelación, por ende el tipo de tareas y su organización.

La modelación como estrategia de enseñanza por sí sola no resuelve problemas asociados al aprendizaje de contenidos matemáticos, sino que es necesario que esta se encuentre articulada dentro de una planificación que tome en cuenta la complejidad de la enseñanza y aprendizaje de cada contenido matemático escolar. Por otra parte, el diseño de tareas con modelación derivado de la reflexión y discusión sobre esa complejidad, le permite al futuro docente desarrollar capacidades relacionadas con su conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas. Por esta razón, se afirma que el diseño de tareas con modelación contribuye a que el profesor en formación aprenda a enseñar matemáticas.

Por lo descrito anteriormente, se considera a la modelación como parte importante de la planificación de unidades didácticas pues organiza la selección, diseño y secuenciación de las tareas. Como elemento importante en la planificación de la enseñanza, y por ende en el desarrollo de esta competencia y del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemáticas, este proceso requiere el desarrollo de capacidades. Una primera aproximación a las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza de las matemáticas relativas al proceso de modelación, se esboza en Mora y Ortiz (2012) y se resume en la tabla 2.

Tabla 2

Capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, relativas a la modelización

<i>Código</i>	<i>Capacidad</i>
CM1	Identificar fenómenos en distintos contextos, asociados al concepto.
CM2	Identificar situaciones de distintas áreas de conocimiento o asignaturas, asociadas al contenido, donde sea posible utilizar la modelización.
CM3	Identificar situaciones reales donde sea posible utilizar la modelización, relacionándola con contenidos matemáticos específicos.
CM4	Abstraer de una situación real, las propiedades y características que permitan la construcción del modelo para aproximarse a esta.
CM5	Identificar los contenidos, conceptos, propiedades y estrategias propias de la matemática escolar que posibiliten obtener resultados a partir del modelo.
CM6	Integrar la modelización en el planteamiento de situaciones u oportunidades de aprendizaje.
CM7	Seleccionar la forma de utilización de modelización matemática en el diseño de las tareas u oportunidades de aprendizaje.
CM8	Desarrollar preguntas y cuestionamientos sobre situaciones reales, para utilizarlas como punto de partida en el proceso de modelización matemática.
CM9	Diseñar actividades de exploración e investigación donde se aborden distintos contenidos matemáticos escolares, que permitan la utilización de la modelización por parte de los estudiantes

Fuente: Tomado de Mora y Ortiz (2012).

La modelación como estrategia de enseñanza en el diseño de tareas, moviliza y ayuda a poner en práctica unas capacidades que contribuyen en el desarrollo de la competencia de planificación de la enseñanza, y por ende en el desarrollo del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemáticas. Cuando los profesores en formación toman en cuenta los aspectos de la planificación, cuando diseñan tareas u oportunidades de aprendizaje utilizando la modelación como estrategia, llevan a cabo procesos de reflexión sobre la complejidad del concepto y su conexión con el contexto del estudiante, es decir, con su mundo real. Adicionalmente, discuten sobre las formas como esa modelación puede ser abordada en el aula, al tomar en cuenta los tres casos o tipos de tareas enunciados por Barbosa (2001b), diferenciados por su grado de complejidad y el rol del profesor. Se espera que, este trabajo, contribuya a la indagación referida a las matemáticas en contexto y sobre cómo estas se relacionan con otros contenidos del currículo.

3. METODOLOGÍA

El análisis del desarrollo de la competencia de planificación de la enseñanza, relativa a la integración de la modelación como estrategia de enseñanza, se realizó durante implementación del programa formativo denominado: Enseñanza del Álgebra utilizando Modelización y Sistemas de cálculo simbólico (EAMS), interpretando las acciones de grupos de futuros profesores, sus decisiones sobre los conceptos, expectativas de aprendizaje, tareas, materiales y recursos, además de los significados producto de sus negociaciones y acuerdos, que incorporaron en la planificación de unidades didácticas, y específicamente en el diseño de tareas con modelación.

Se llevó a cabo un estudio cualitativo desde una perspectiva teórica interpretativa. Los informantes del estudio, se seleccionaron de forma intencionada (Goetz y LeCompte, 1988) tomando en cuenta criterios de accesibilidad, proximidad, riqueza de apreciaciones, disponibilidad, entre otros. Los profesores en formación que participaron en el desarrollo del programa EAMS, fueron 27 estudiantes del IX Semestre de la Carrera de Educación Mención Física y Matemática de la Universidad de Los Andes "Dr. Pedro Rincón Gutiérrez" durante el periodo B-2011, quienes conformaron seis grupos de cuatro o cinco participantes.

Cada grupo eligió de manera libre un tema del Currículo de Matemática de Educación Media venezolana, con la finalidad de planificar una unidad didáctica, que contempló el diseño de tareas utilizando la modelación como estrategia de enseñanza. Los temas elegidos fueron Sistemas de Ecuaciones (SEC), Potenciación (POT), Productos Notables (PN), Polinomios (POL), Función Polinómica (FPOL) e Inecuaciones (INEC).

Se recurrió a procesos de observación y análisis sobre las presentaciones de los grupos, relacionadas con el diseño de las tareas. Adicionalmente, se recurrió a la entrevista para indagar sobre la percepción de los grupos sobre su aprendizaje y dificultades abordadas durante este diseño. Este instrumento se validó por medio del juicio de experto.

La información mostrada en este trabajo, se obtuvo durante la presentación de las tareas u oportunidades de aprendizaje diseñadas por los grupos de profesores en formación. Adicionalmente, al finalizar las actividades del programa EAMS, se entrevistó a los grupos quienes entre otros aspectos manifestaron su percepción sobre el aprendizaje logrado y las dificultades abordadas durante el diseño de las tareas con modelación. Lo expresado por cada grupo durante la presentación fue grabado en audio y video, y la entrevista fue registrada en audio. Esto con el conocimiento de las partes. Posteriormente, fue transcrito y asignado a una unidad hermenéutica del programa Atlas/Ti para facilitar su manejo y análisis. También, se consideró la producción final de los grupos presentada de manera escrita y las diapositivas utilizadas durante las presentaciones de cada uno. En este caso, se buscó identificar las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, relativas a la integración de la modelación en el diseño de tareas, las cuales se mencionaron en la tabla 2. Al citar algunas intervenciones de los grupos durante la presentación de las tareas y la entrevista, se utiliza la notación mostrada en la tabla 3.

Tabla 3*Códigos asignados a los grupos de profesores en formación*

Grupo	Código presentación	Código entrevista
Sistemas de ecuaciones	SEC.P	SEC.E
Potenciación	POT.P	POT.E
Productos notables	PN.P	PN.E
Polinomios	POL.P	POLE
Función Polinómica	FPOL.P	FPOL.E
Inecuaciones	INEC.P	INEC.E

Fuente: Elaboración propia.

4. RESULTADOS

La tabla 2 muestra las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, relativas a la modelización, tomadas en cuenta durante el desarrollo de este estudio. Para analizar su desarrollo, se procedió a identificarlas en la producción escrita (trabajo final y diapositivas), durante su presentación (expresión oral) y durante la entrevista. A continuación, se expone la información obtenida y los resultados para cada caso.

4.1 Producción escrita

La producción escrita de los grupos de profesores en formación estuvo conformada por un trabajo final, entregado por cada uno, contenido de la planificación de su unidad didáctica y específicamente de las tareas con modelación, diseñadas por cada uno de ellos. Adicionalmente, se conformó con las diapositivas utilizadas por cada grupo durante la presentación de las tareas diseñadas.

A continuación, se muestran algunas de las tareas diseñadas por los grupos. En cada caso, se identifican las capacidades, mencionadas en la tabla 2, que cada tarea involucra.

La capacidad CM1 relacionada con identificar fenómenos en distintos contextos asociados al concepto, se identificó en las tareas presentadas por la totalidad de los grupos. Es decir, cada uno de ellos logró identificar fenómenos asociados a cada contenido y diseñar alguna tarea donde el enunciado hiciera alusión a una situación problemática derivada de esos fenómenos. Como ejemplo de esto, se muestran dos tareas del grupo SEC. En la primera, presentada en el escrito de su producción final, pudieron asociar los sistemas de ecuaciones lineales a situaciones donde se encuentran involucradas dos cantidades que varían como el tiempo y la distancia.

Relación tiempo/distancia.


Procedimiento; medir el tiempo que ocupa ir caminando por una cuadra de la ciudad, y medir esta distancia en pasos; medir con un cronómetro el tiempo que emplea un carro en transcurrir esa distancia, teniendo estos datos y haciendo uso de ellos contar cuántas cuadras hay desde tu casa hasta el lugar que más visitas en la semana, y responder:

¿Cuánto tiempo tardarías aproximadamente yendo en carro?, ¿Cuánto si lo haces caminando?, ¿Cuántos pasos darías para llegar a tu destino?

La segunda se muestra en la Figura 1, y en ella lograron conectar los sistemas de ecuaciones con una situación que involucra la cantidad de personas de tercera edad y de público, en general, que ingresan a una sala de cine.

Figura 1. Tarea diseñada por el grupo de Sistemas de Ecuaciones (SEC)

Tareas.



1. Las entradas a Cines Unidos (219 asientos) en la sala 7, en 3D, tienen un costo para mayores de 60 años de 28Bs y para el público en general un costo de 53Bs, sabiendo que la sala fue ocupada por completo y se obtuvieron unos ingresos de 10807 Bs, ¿cuántas personas de tercera edad y cuantas del público en general entraron a la sala de cine?

$$\begin{cases} x + y = 219 \\ 28x + 53y = 10807 \end{cases}$$

x: Tercera edad
y: Público en general

Respuesta:
x = 32 asistentes de la tercera edad
y = 187 asistentes del pública en general

Fuente: Diapositiva utilizada por el grupo SEC durante su presentación final.

La capacidad CM2 requiere identificar situaciones de distintas áreas de conocimiento o asignaturas asociadas al contenido, donde sea posible utilizar modelación. A continuación, se presentan dos tareas diseñadas por el grupo SEC, donde vincularon los sistemas de ecuaciones con situaciones asociadas a contenidos de la física y la química.

Dos pueblos, A y B, distan 155 Km. A la misma hora salen de cada pueblo un ciclista. El de A viaja a una velocidad de 25 Km/h y el de B a 33 Km/h. ¿A qué distancia de cada pueblo se encuentran? ¿Cuánto tiempo ha transcurrido?

Un Químico cuenta con dos soluciones ácidas. Una contiene 12% de ácido, y la otra 3%. ¿Cuántos centímetros cúbicos de cada solución debe usar para obtener 600 cm³ de una solución con 9% de ácido?

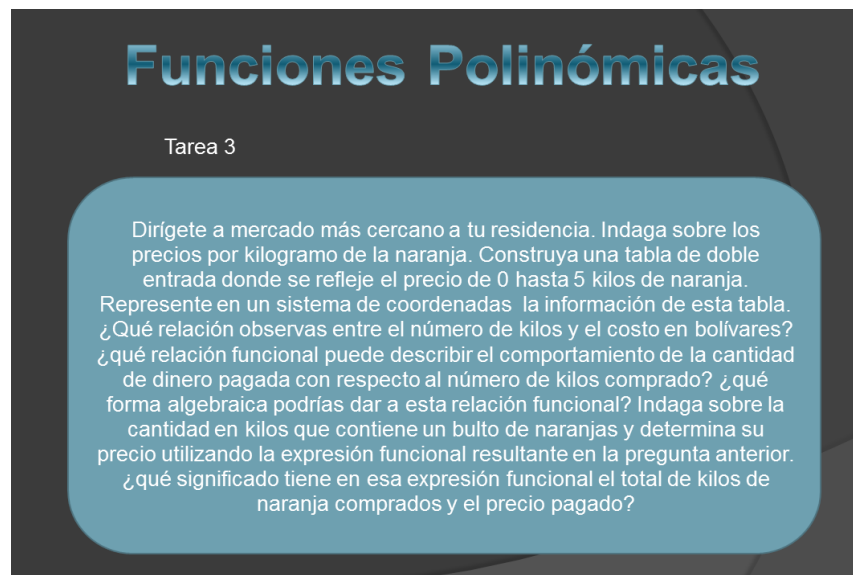
La Figura 2 muestra una de las diapositivas utilizadas por el grupo FPOL, donde relacionan el concepto de función polinómica con distintas situaciones cotidianas.

Figura 2. Fenómenos asociados al concepto de función polinómica

Fuente: Diapositiva utilizada por el grupo FPOL durante su presentación final.

La capacidad CM3 requería que los grupos identificaran situaciones reales donde se pudiera utilizar la modelación relacionándola con contenidos específicos, en este caso, con el contenido elegido por cada grupo. La Figura 3 muestra como FPOL logró utilizar una situación real para enunciar una tarea relacionada con las funciones polinómicas. Adicionalmente, esta capacidad fue identificada en las tareas diseñadas por los demás grupos.

La capacidad CM4 requería que los grupos lograran identificar propiedades y características que permitieran la construcción del modelo para aproximarse a la situación planteada en la tarea. En este caso la Figura 1, muestra como SEC logró poner en práctica esta capacidad para una tarea específica. Con relación a esta capacidad, los únicos grupos cuyas tareas no permitieron observarla fueron POL e INEC.

Figura 3. Tarea presentada por FPOL

Funciones Polinómicas

Tarea 3

Dirígete a mercado más cercano a tu residencia. Indaga sobre los precios por kilogramo de la naranja. Construya una tabla de doble entrada donde se refleje el precio de 0 hasta 5 kilos de naranja. Represente en un sistema de coordenadas la información de esta tabla. ¿Qué relación observas entre el número de kilos y el costo en bolívares? ¿qué relación funcional puede describir el comportamiento de la cantidad de dinero pagada con respecto al número de kilos comprado? ¿qué forma algebraica podrías dar a esta relación funcional? Indaga sobre la cantidad en kilos que contiene un bulto de naranjas y determina su precio utilizando la expresión funcional resultante en la pregunta anterior. ¿qué significado tiene en esa expresión funcional el total de kilos de naranja comprados y el precio pagado?

Fuente: Diapositiva utilizada por el grupo FPOL durante su presentación final.

Con relación a la capacidad CM5, las tareas presentadas y diseñadas por los grupos no mostraron evidencia sobre los contenidos, conceptos, propiedades y estrategias propias de la matemática escolar que permitieran obtener resultados a partir del modelo involucrado en la situación planteada en las tareas.

La capacidad de integrar la modelación en el planteamiento de las situaciones y oportunidades de aprendizaje fue codificada como CM6. En este caso, todos los grupos lograron diseñar tareas con modelación, al menos en alguno de los casos planteados por Barbosa (2001b). Las tareas mostradas en las Figuras 1, 3 y 4, además de las citadas en el texto, son ejemplo de la puesta en práctica de esta capacidad, por parte de los grupos de profesores en formación.

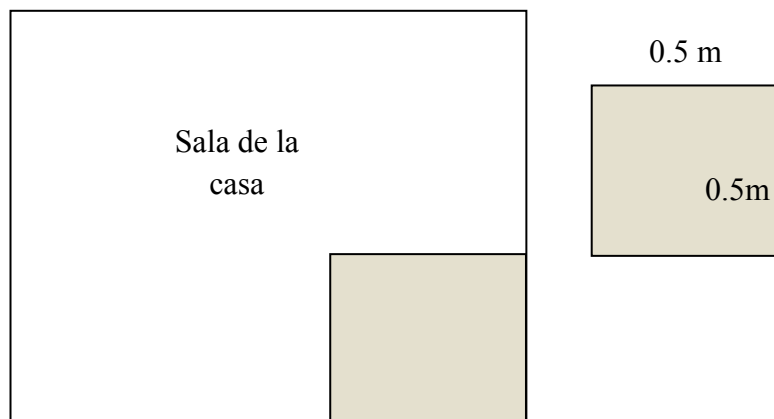
La capacidad CM7 requería que los grupos seleccionaran la forma de utilización de la modelación en el diseño de tareas. En este caso, grupos como SEC, POT y FPOL, diseñaron tareas donde se observó el uso de dos niveles distintos de uso de esta estrategia. En la tarea Relación tiempo/distancia diseñada por SEC y la mostrada en la Figura 3, los estudiantes de Educación Media deben indagar información en su contexto y, a partir de ella, construir un modelo asociado a cada contenido, que les permita responder algunas interrogantes planteadas. Adicionalmente, la tarea ¿Cuántas cerámicas y cuántas cajas? diseñada por POT, permite el desarrollo de esta capacidad.

TAREA 4:

¿Cuántas cerámicas y cuantas cajas?

Pasos:

- Medir el área del piso de la sala de la casa.
- Calcula cuántas baldosas (cerámicas) de $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$ son necesarias para cubrir la superficie.



- Para ello debes medir el área de la sala de tu casa y dividir este valor con el área de la cerámica. Además, elabora la cerámica con cartón para imitarla y comprobar la cantidad necesaria.
- medir el volumen de tu cuarto y expresar cuántas cajas de 1.5m de ancho y 1.5m de largo y 1.5m de alto pueden ser almacenadas en su cuarto.
- ¿Cómo podemos representar el área del volumen de la caja en forma de potencia?

Es necesario aclarar, que el nivel de complejidad de estas varió entre los grupos, y también, el número de tareas relacionadas con el segundo caso de modelación fue escaso y se notó ausencia de tareas relacionadas con el tercer caso de implementación de modelación en el aula.

Figura 4. Tarea presentada por el grupo de Polinomios (POL)

P
O
L
I
N
O
M
I
O
S

Diseño de Tareas



Una compañía de alquiler de carros ofrece carros a Bs. 35 el día y cobra adicionalmente Bs. 15 por kilómetro recorrido. Por lo tanto el costo del alquiler diario viene dado por:

$$C(x) = 35 + 15x$$

¿Cuál será el costo del alquiler por un día si se recorren 535 kilómetros?

Fuente: Diapositiva utilizada por el grupo POL durante su presentación final.

La capacidad CM8 requería que las tareas diseñadas por los grupos utilizaran preguntas sobre la situación real que sirvieran como punto de partida para la modelación. En este caso, la Figura 2 muestra un ejemplo donde se observaron algunos elementos relacionados con esta capacidad.

Por último, la capacidad CM9 requería que las tareas involucraran actividades de exploración e investigación donde se abordara el contenido matemático escolar y que permitiera a los estudiantes de Educación Media utilizar la modelación para dar respuesta a la situación planteada. La Figuras 3 y, las tareas Relación tiempo/distancia y ¿Cuántas cerámicas y cuántas cajas? muestran ejemplos de este tipo de tareas, diseñadas por los grupos FPOL, SEC y POT.

De acuerdo con lo expresado en los párrafos anteriores, las producciones de cada grupo, permitieron observar la puesta en práctica de diversas capacidades asociadas al uso de la modelación como estrategia de enseñanza. El desarrollo de ellas permitió a los grupos diseñar un conjunto de tareas, que aludían al primer y segundo uso de modelación en el aula.

4.2 Presentación

Durante las presentaciones los grupos expresaron sus impresiones sobre su aprendizaje durante el desarrollo del programa EAMS. Específicamente, se refirieron a los avances o desarrollo de su conocimiento para enseñar matemáticas cuando diseñaron las tareas con modelación que conformaron su unidad didáctica. Adicionalmente, manifestaron las dificultades que abordaron durante esta actividad.

Sobre los logros de aprendizaje los grupos valoraron de manera positiva el trabajo con modelación en el diseño de las tareas. Estos consideraron que esta estrategia les permitió mostrar una matemática más cercana al estudiante y relacionada con su realidad. En este sentido, consideraron que con la modelación centraban la enseñanza en el estudiante y pudieron desarrollar una visión distinta sobre la enseñanza de contenidos matemáticos. Además, de lo expresado por los grupos, esto se hizo evidente en las tareas diseñadas, algunas de ellas mostradas en el apartado anterior.

Diseñar tareas con modelización nos ha permitido pensar en cómo podemos mostrar al estudiante la conexión entre la realidad y su contexto con un contenido matemático, en este caso los sistemas de ecuaciones lineales. Y hacer eso ha sido muy positivo para nuestra formación, porque los alumnos de Educación Media suelen preguntar para qué sirve la matemática o lo que uno pretende enseñar, eso lo hemos visto mucho en las prácticas que hemos hecho. Entonces, con estas tareas y sobre todo con la modelización podemos mostrarle a ese estudiante la utilidad de ese contenido, podemos ayudarlo a darle sentido a ese contenido. Además, cuando diseñamos las tareas utilizando la modelización, dejamos de pensar en nosotros como docentes y centramos más la enseñanza en el estudiante, en lo que puede ayudarle, en lo

que puede y tiene capacidad de hacer, estamos pensando más en el estudiante (SEC.P).

Diseñar las tareas ha sido complejo (...) hemos visto que diseñar tareas con modelización, nos permite tomar la realidad para llevarla al aula a través de las tareas. De ese modo, podemos mostrar al estudiante la utilidad del contenido y por qué es importante aprenderlo (FPOL.P).

Con relación a las Dificultades manifestadas por los participantes durante su presentación grupal, estas se relacionaron con la ausencia de experiencias tanto con modelación, o modelización, como con el diseño de tareas y los distintos usos de esta estrategia de enseñanza.

El diseño de tareas con modelización fue muy complejo para nosotros, porque teníamos que comenzar a ver la enseñanza de un contenido de manera muy distinta a como la hemos visto hasta ahora. Nosotros hemos resuelto algunos problemas de aplicación, los que vienen en los libros, pero no de nuestro contexto. Y diseñar tareas, partiendo de situaciones cotidianas adaptadas a estudiantes de Educación Media fue muy complejo, porque antes no nos habíamos detenido a pensar en eso, en los fenómenos (PN.P).

El diseño de tareas de la unidad didáctica involucraba varios aspectos complejos. Primero, porque debíamos partir de fenómenos cotidianos para reflejarlos en el enunciado de las tareas y eso fue difícil porque nunca hemos pensado en eso, en los fenómenos. Segundo, nunca hemos diseñado tareas, entonces ya de por sí había dificultad, pero además debíamos integrar la modelización. Tercero, no teníamos una referencia, un ejemplo en nuestra formación que nos sirviera como eslabón para pensar en enseñar con modelización. Las dificultades, están en que no hemos vivido o experimentado eso. Nunca se había reflexionado en cómo relacionar la realidad con un contenido como Polinomios, ni con ningún otro (POL.P).

De acuerdo con lo reportado, los grupos valoraron de manera positiva su trabajo con la modelación para el diseño de las tareas de la unidad didáctica. Percibieron que esta estrategia les permitía conectar la realidad con el contenido y de este modo, llevar al estudiante una enseñanza más cercana que mostrara las utilidades y aplicaciones del contenido. El diseño de este tipo de tareas les permitió pensar y reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas desde una visión funcional.

Adicionalmente, lo expresado por los grupos durante las presentaciones, con respecto a su percepción de aprendizaje y las dificultades que abordaron, puso en evidencia procesos reflexivos relacionados con las capacidades CM1, CM2, CM3, CM6 y CM7.

4.3 Entrevista

Durante la entrevista, los grupos de profesores en formación, expresaron sus impresiones sobre las dificultades abordadas durante el diseño de las tareas con modelación. Cabe resaltar, que esta se realizó al finalizar las actividades del programa EAMS. En tal sentido, los

participantes mostraron una visión más amplia sobre estas. En este caso, la información aportada por los grupos se agrupó en las siguientes categorías: dificultades asociadas al diseño de tareas y las relacionadas con el modelo de formación previo, al cual se asoció la ausencia de experiencias con esta estrategia.

Las dificultades referidas al *Diseño de las tareas*, se relacionaron con la construcción de los enunciados, con la identificación de fenómenos y situaciones para el diseño de estas, con no saber cómo utilizar la información de la fenomenología en la construcción de los enunciados, y con la redacción de tareas sobre las distintas situaciones con modelación.

Cuando diseñamos las primeras tareas, vimos el rol que tenía la fenomenología en ese diseño. Allá teníamos la información sobre los fenómenos asociados a los sistemas de ecuaciones, de allí salían las situaciones para plantear los problemas. Lo difícil era redactarlos, construir los enunciados con esa información. Redactar tareas donde la modelización se usara de distintas formas, dependiendo de la actividad del estudiante. Teníamos la información, pero no sabíamos cómo usarla (SEC.E).

Con la modelización se puede organizar eso de la contextualización de las tareas, es una estrategia que permite hacer eso. Lo difícil es identificar los fenómenos y las situaciones del contexto, para utilizarlos en el diseño de las tareas. Eso es lo más complejo de la modelación (POLE).

Con relación a las dificultades asociadas al Modelo de formación previo, estas tuvieron que ver con la percepción que los grupos tenían sobre su formación y sobre el modelo docente que pudieron observar durante su Carrera. De acuerdo con lo expresado por estos, el diseño de tareas con modelación les hacía pensar de una manera diferente a la desarrollada durante su formación inicial. Además, expresaron que el modelo docente observado interfería en ese pensar distinto pues percibieron que al plantearse una actividad propia del docente, intentaban imitar o trabajar del mismo modo que los profesores de su Carrera universitaria.

Durante la Carrera no se trabajó de esa forma, es decir, nosotros nunca resolvimos problemas con modelización para aprender aquí en la universidad, nosotros siempre hemos visto una sola forma de trabajar, llamémosla tradicional. Y eso lo hacía difícil, porque debíamos pensar diferente, teníamos que trabajar de una forma que no conocíamos (POT.E).

La formación que aquí se da [en la universidad] es muy tradicional, hemos visto algunas aplicaciones de la matemática, y eso no siempre, es más, muy pocos profesores lo hacen o se preocupan por decirle a uno dónde se aplican los contenidos que están desarrollando. Algunos solo se dedican a los ejercicios, muy pocas veces a las aplicaciones y nunca a las que podríamos usar en Educación Media. Y tal vez, por eso nos costó tanto integrar la modelización, porque nunca la ha utilizado con nosotros, no teníamos un modelo a seguir, un ejemplo en nuestra Carrera. Y es que cuando uno va a dar clase o piensa en planificarla, siempre trata de recordar a los que uno cree que son los mejores profesores en la Carrera, y trata de trabajar como ellos, hasta de imitarlos, de hacer lo que ellos hacen (INEC.E).

De las dificultades sobre el Modelo de formación previo, derivaron o se asocian aquellas relacionadas con la Ausencia de experiencias. En este caso, los grupos refirieron que las actividades del programa formativo EAMS los enfrentó por primera vez, al diseño de tareas, redacción de enunciados y formulación de problemas; al uso de la modelación como estrategia tanto de enseñanza como para su aprendizaje.

Generalmente, estamos acostumbrados a que nos den un enunciado y resolver el problema, pero no a plantear problemas. Era la primera vez que nos enfrentábamos a esa tarea (...) Nosotros hemos intentado reflexionar y analizar por qué se nos dificultó tanto integrar la modelización en las tareas (...) Y terminamos pensando que todo radica en que nosotros no la hemos utilizado para aprender, que en nuestro proceso aquí en la universidad no hemos vivido esa experiencia. Y es que es muy difícil tratar de pensar en hacer algo que nunca hemos hecho, solo fundamentándonos en las experiencias de otros (SEC.E).

A pesar de que escuchamos en la universidad que debemos vincular los contenidos con la realidad, realmente en ninguna materia se había trabajado la forma de hacerlo. Nunca se nos dijo cómo hacerlo, ni se nos hizo pensar en cómo hacerlo, cómo vincular con la realidad eso que vemos aquí tan abstracto (...) Por eso nos costó tanto, porque no trabajamos eso en la Carrera, entonces era difícil cambiar de estructura mental y pasar de ver todo totalmente algebraico y simbólico a pensar cómo se ve eso en la realidad. No lográbamos identificar los Polinomios en situaciones cotidianas, y por eso, no lográbamos diseñar tareas con modelación. No estábamos acostumbrados a pensar de esa forma (POL.E).

En este caso, las dificultades percibidas por los grupos, se relacionaron con su modelo de formación previo y con la ausencia de experiencias con modelización durante su Carrera, y adicionalmente, con el uso de fenómenos y situaciones en el diseño de las tareas, con los distintos usos de la modelación como estrategia de enseñanza, con la ausencia de experiencias previas tanto con la estrategia como con el diseño de tareas, y con su visión sobre la enseñanza de contenidos matemáticos.

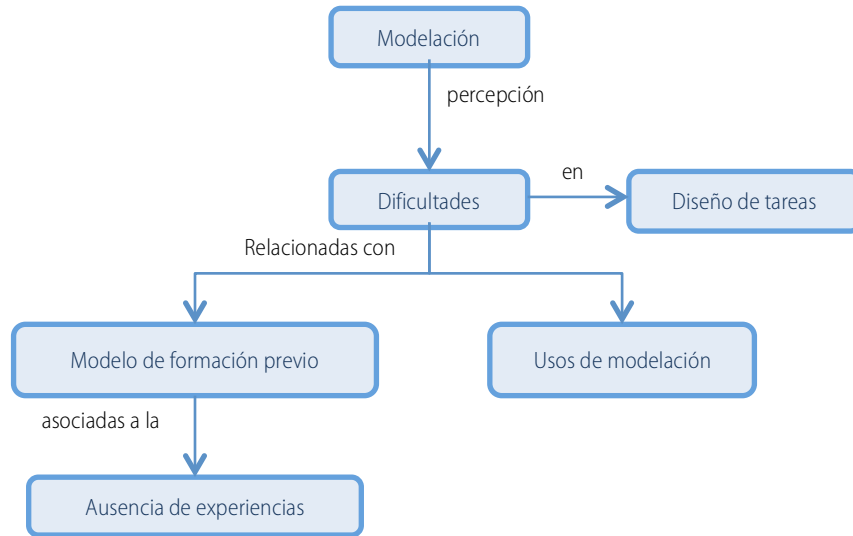
Lo expresado por los grupos sobre las dificultades percibidas en el diseño de tareas con modelación, evidencia procesos reflexivos relacionados con las capacidades CM1, CM3, CM6, CM7 y CM8.

De acuerdo con los resultados expuestos sobre las producciones de los grupos, sus presentaciones y entrevista, las dificultades observadas y percibidas por los grupos, referidas a la integración de la modelación como estrategia de enseñanza, en el diseño de tareas u oportunidades de aprendizaje, se relacionaron, tal como lo muestra la Figura 5, con el diseño de tareas como tal, con los usos de la modelación en el aula, y con el modelo de formación previo al cual se asocia la ausencia de experiencias de los grupos con el uso didáctico de esta estrategia.

La Figura 6, muestra las capacidades que caracterizan la competencia de planificación de la enseñanza, relacionadas con la integración de la modelación en el diseño de tareas,

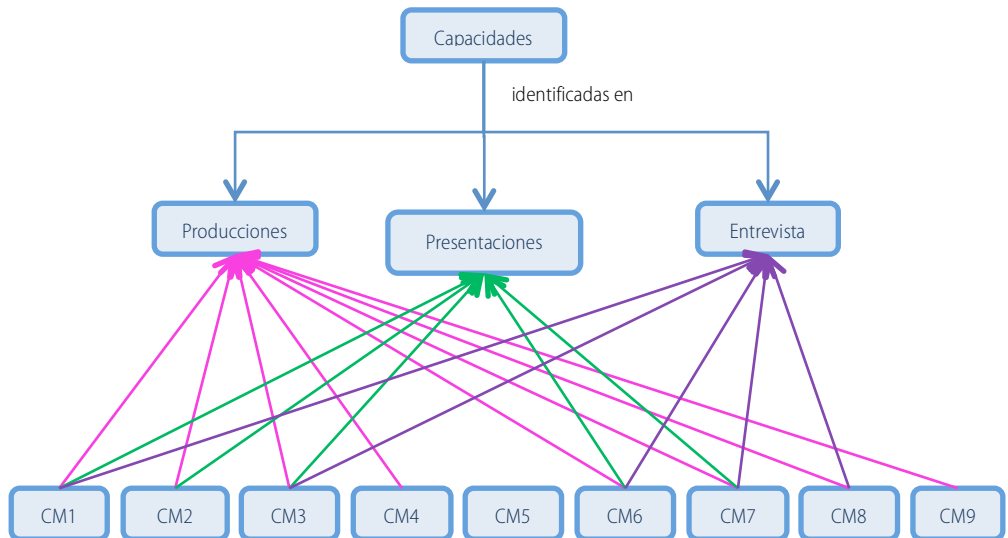
identificadas tanto en las producciones de los grupos, las presentaciones y la entrevista. En ella se observa que las capacidades CM1, CM3, CM6 y CM7 lograron identificarse en los tres casos. Adicionalmente, la capacidad CM5 no pudo identificarse en ninguno de los grupos.

Figura 5. Dificultades observadas y percibidas



Fuente: Elaboración propia a partir de la información recolectada durante el estudio.

Figura 6. Capacidades identificadas



Fuente: Elaboración propia a partir de la información recolectada durante el estudio.

De manera más amplia, la información obtenida sobre las capacidades identificadas tanto con las producciones de los grupos, como en sus presentaciones y entrevista, mostró que los

grupos de profesores en formación que participaron en las actividades del programa formativo EAMS, en relación con la modelación como estrategia de enseñanza, de manera general, desarrollaron satisfactoriamente las siguientes capacidades o conocimientos:

- Identifican fenómenos en distintos contextos, asociados al concepto.
- Identifican situaciones reales donde sea posible utilizar la modelización, relacionándola con contenidos matemáticos específicos.
- Integran la modelización en el planteamiento de situaciones u oportunidades de aprendizaje. En este caso, integraron la primera forma o uso de la modelización.

Los conocimientos y capacidades en los que se observó un desarrollo parcial fueron:

- Identifican situaciones de distintas áreas de conocimiento o asignaturas, asociadas al contenido, donde es posible utilizar la modelización.
- Abstraen de una situación real, las propiedades y características que permiten la construcción del modelo para aproximarse a esta.
- Seleccionan la forma de utilización de modelización matemática en el diseño de las tareas u oportunidades de aprendizaje.
- Integran la modelización en el planteamiento de situaciones u oportunidades de aprendizaje. En este caso, la segunda forma o uso de la modelización.
- Desarrollan preguntas y cuestionamientos sobre situaciones reales, para utilizarlas como punto de partida en el proceso de modelización matemática.
- Diseñan actividades de exploración e investigación donde se aborden distintos contenidos matemáticos escolares, que permitan la utilización de la modelización por parte de los estudiantes.

Finalmente, las capacidades o conocimientos que los grupos no lograron desarrollar durante la puesta en práctica del programa formativo EAMS fueron:

- Identificar los contenidos, conceptos, propiedades y estrategias propias de la matemática escolar que posibiliten obtener resultados a partir del modelo.
- Integrar la modelización en el planteamiento de situaciones u oportunidades de aprendizaje. En este caso, la tercera forma de uso de la modelización.

En resumen, todos los grupos lograron poner en práctica capacidades sobre la integración de la modelación en el diseño de tareas, en el marco de la planificación de una unidad didáctica de contenido algebraico. Algunos lograron desarrollar y poner en práctica más capacidades que otros. Sin embargo, todos consiguieron avances en su competencia de planificación de la enseñanza referida a la modelación como estrategia. En otras palabras, el trabajo de los grupos mostró su desarrollo del conocimiento necesario para aprender a enseñar matemáticas.

5. CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede afirmar que los grupos de profesores en formación lograron mostrar logros con respecto al uso de la modelación como estrategia de enseñanza. En este sentido, desarrollaron una visión funcional de la modelación,

concientizaron e identificaron las dificultades que abordaron y enfrentaron durante la planificación de la unidad didáctica en general, y específicamente en el diseño de tareas con modelación y su posible origen.

Las presentaciones de cada grupo y sus producciones finales, permitieron observar la puesta en práctica de diversas capacidades asociadas al uso de la modelación como estrategia de enseñanza. El desarrollo de ellas permitió, a los grupos, diseñar un conjunto de tareas, para cada unidad didáctica. Todos los grupos presentaron tareas que aludían al primer caso de modelación.

El diseño de tareas y su presentación, mostró desfase entre el momento de trabajo de los contenidos en el aula y el momento donde los grupos los aplicaban en el diseño de tareas con modelación. También se observaron diferencias marcadas entre los grupos con respecto al desarrollo de las capacidades referidas a la integración de esta estrategia en las tareas de la unidad didáctica. En otras palabras, los avances cognitivos en el diseño de tareas con modelación, mostró diferencias marcadas entre los ritmos de aprendizaje de los grupos.

Por otra parte, las presentaciones y la propuesta final de las tareas, dejaron ver que todos los grupos debieron enfrentar y abordar dificultades para el diseño de las tareas con modelación. Las dificultades observadas, coincidieron con las expresadas por cada grupo. Estas se relacionaron con el uso de la información sobre la fenomenología en el diseño de las tareas y los distintos usos de la modelación como estrategia de enseñanza, además de la ausencia de experiencias tanto con modelación como con el diseño de tareas y dificultades asociadas con el modelo de formación previo.

Las dificultades relacionadas con el modelo de formación previo, encuentran concordancia con lo argumentado por Barbosa (2001a) quien afirma que los profesores que se desarrollan en una práctica tradicional, cuando intentan desarrollar actividades con modelación y diseñar tareas, tienden a desarrollar actividades relacionadas con el primer caso de modelación y les cuesta avanzar hacia el segundo y tercer caso. En este sentido, puede afirmarse que el modelo de formación vivido por los grupos limitó el desarrollo de las capacidades asociadas con el diseño de tareas con modelación.

A pesar de las dificultades expresadas y observadas, los grupos valoraron de manera positiva su trabajo con la modelación en el diseño de las tareas. Todos los grupos percibieron en la modelación, una estrategia de enseñanza mediante la cual podrían desarrollar su capacidad para identificar situaciones relacionadas con el contenido matemático y para construir los enunciados de las tareas. También, apreciaron que el diseño de tareas con modelación, centra la enseñanza en el aprendizaje del estudiante.

Por otra parte, los futuros profesores, vieron en la modelación una estrategia para presentar una matemática más funcional al estudiante, pues les permitiría conectar el contenido con su contexto y mostrarle sus utilidades. Esto con la finalidad de lograr que doten de sentido y significado a los conceptos. De este modo, esta estrategia les permitiría generar interés en el estudiante de Media hacia el aprendizaje de las matemáticas. Por lo expuesto anteriormente, se puede afirmar que todos los grupos desarrollaron una visión funcional de la modelización como estrategia de enseñanza.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barbosa, J. (2001a). Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, 15, 5-23.
- Barbosa, J. (2001b). *Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores* (Tesis Doctoral, Universidade Estadual Paulista, Brasil). Recuperado de <http://www.rc.unesp.br/gpimem/teses.php>
- Bassanezi, R. (1999). Modelagem Matemática. Uma disciplina emergente nos programas de formação de profesores. *Biomatemática*, 9, 9-22.
- Biembengut, M., y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática*, 16(2), 105-125.
- Blomhøj, M. (2004). Mathematical Modelling. A theory for practice. En B. Clarke, D. Clarke, G. Emanuelsson, B. Johnansson, D. Lambdin, F. Lester, A. Walby & K. Walby (Eds.), *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics* (pp. 145-159). Suecia: National Center for Mathematics Educations.
- Doerr, H. (2007). What Knowledge do teachers need for teaching mathematics through applications and modelling? En W. Blum, P. Galbraith, H. Henn y M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education. The 14th ICMI Study* (pp. 69-78). New York: Springer.
- Goetz, J., y LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Morata.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (Tesis Doctoral, Universidad de Granada, España). Recuperado de http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis_dir/ver_detalle/5491/
- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum y S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 110-119). Chichester, England: Horwood Publishing.
- Llinares, S. (2008). Construir el conocimiento necesario para enseñar matemática: Prácticas sociales y tecnología. *Evaluación e Investigación*, 3(1), 7-30.
- Lupiáñez, J. (2009). *Expectativas de aprendizaje y planificación curricular en un programa de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (Tesis Doctoral, Universidad de Granada, España). Recuperado de http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis_dir/ver_detalle/5489/
- Marín, A. (2005). *Tareas para el aprendizaje de las matemáticas: Organización y secuenciación*. Trabajo presentado en el Seminario Análisis Didáctico en Educación Matemática, Universidad de Málaga, España. Recuperado de <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/MarinA05-2800.PDF>
- Mendible, A., y Ortiz, J. (2007). Modelización matemática en la formación de ingenieros. La importancia del contexto. *Enseñanza de la Matemática*, 16(1), 133-150.
- Mora, A., y Ortiz, J. (2012). Formación inicial de profesores de matemáticas y la resolución de problemas reales en ambientes tecnológicos. *Ciencias de La Educación*, 39, 183-206. Recuperado de <http://servicio.bc.uc.edu.ve/educacion/revista/index.htm>
- Ortiz, J. (2002). *Modelización y calculadora gráfica en la enseñanza del álgebra. Evaluación de un programa de formación* (Tesis Doctoral, Universidad de Granada, España). Recuperado de http://fqm193.ugr.es/produccion-cientifica/tesis_dir/ver_detalle/5500/

- Ortiz, J., Rico, L., y Castro, E. (2007). Mathematical Modelling: A teacher's training study. En C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, y S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics* (pp. 441-249). Chichester, England: Horwood Publishing.
- Rico, L., Marín, A., Lupiáñez, J., y Gómez, P. (2008). Planificación de las matemáticas escolares en secundaria. El caso de los números naturales. *Suma*, 58, 7-23.