



COOPERACIÓN DE DOCENTES E INVESTIGADORES EN LA CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS: EXPERIENCIAS EN PREESCOLAR Y SECUNDARIA EN MÉXICO

COOPERATION OF TEACHERS AND RESEARCHERS IN THE CONSTRUCTION OF KNOWLEDGE IN THE TEACHING OF MATHEMATICS: EXPERIENCES IN PRESCHOOL AND SECONDARY SCHOOL IN MEXICO

María Laguna (*)

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

Yesenia Castaño Torres

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

David Block Sevilla

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

Resumen

En este artículo revisamos la construcción conjunta de conocimiento didáctico-matemático en dos experiencias de investigación que involucraron a docentes e investigadores: una en preescolar, sobre gráficas de barras, y otra en secundaria, centrada en el análisis de figuras geométricas. Aunque las experiencias no se plantearon como Ingenierías Cooperativas (Sensevy et al., 2013), tuvieron a la planificación conjunta, la implementación de situaciones didácticas y el análisis posterior como elementos centrales del trabajo colaborativo. Seleccionamos episodios de las discusiones que se dieron en las reuniones colectivas y los revisamos a partir de tres principios de la IC: la postura de ingeniero, la búsqueda de simetría y el ascenso de lo abstracto a lo concreto (Santini et al., 2024). Los resultados muestran los matices de la cooperación y cómo esta dio lugar a la construcción de conocimiento conjunto, lo que nos llevó a repensar nuestras investigaciones a partir de los aportes de la IC.

Palabras clave: Cooperación; ingeniería cooperativa; enseñanza de las matemáticas; educación preescolar; educación secundaria.

Abstract

This article reviews the joint construction of didactic-mathematical knowledge in two investigations involving teachers and researchers at the preschool and secondary levels in Mexico. In the preschool research, we studied the transformations made by two teachers to didactic situations involving data analysis as they implemented them with their students. Educators and researchers collaborated to enhance the didactic designs, ensuring they were more suitable for regular classroom instruction (Laguna, 2016). The findings indicated that these modifications did not compromise the core objectives of the didactic sequences; rather, they added depth to their significance. The study in secondary school aimed to address the school teaching of geometry through the analysis and implementation of a short sequence of three didactic situations for the study of some geometric figures and the characteristics that determine the congruence of two triangles (Castaño, 2021). We analyze the mathematical-didactic knowledge generated through the collaboration between researchers and teachers, focusing on the key episodes that shaped transformative experiences for the teachers involved.

(*) Autor para correspondencia:

María Laguna

Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN, México

Calzada de los Tenorios 235, Coapa, Rinconada de las Hadas, Tlalpan, 14330 Ciudad de México, CDMX

Correo de contacto: mgrios@cinvestav.mx

©2010, Perspectiva Educacional

[Http://www.perspectivaeducacional.cl](http://www.perspectivaeducacional.cl)

RECIBIDO: 25.05.2024

ACEPTADO: 27.11.2024

DOI: 10.4151/07189729-Vol.63-Iss.3-Art.1584

Even though the experiences were not considered Cooperative Engineering (Sensevy et al., 2013), in both investigations, joint planning, classroom implementation by teachers, and subsequent analysis were placed at the center of the work dynamics between researchers and teachers. The collaboration that emerged had different nuances in each research. In preschool, it was not a central element foreseen by the teachers. Still, forms of joint work were developed that helped us to understand the transformations of the didactic sequences and the factors that originated them. For the secondary level, the collaborative approach (Desgagné et al., 2001) was the methodological strategy that allowed us to explore a device of teacher professional development through the analysis and implementation of didactic situations.

For this article, we selected episodes from the discussions that took place in the collective meetings of the two studies and reviewed them based on three principles of CE: the engineering stance, the search for symmetry, and the ascent from the abstract to the concrete (Santini et al., 2024). The results show the nuances of cooperation and how it resulted in the construction of joint knowledge, which led us to rethink our research based on the contributions of CE. We believe that the analysis presented enriches the discussion about the modalities of collaborative work between teachers and researchers and raises questions for further studies.

Keywords: Cooperation; cooperative engineering; mathematics education; preschool education; secondary education.

1. Introducción

La cooperación entre docentes e investigadores en el ámbito de la investigación educativa surgió como una posibilidad de aminorar la distancia entre el mundo de la investigación y el de la práctica docente. La Ingeniería Cooperativa (IC) aparece como una forma particular de hacer investigación que desafía esta visión dualista de la naturaleza del conocimiento: expertos y practicantes, y que plantea la cooperación de docentes e investigadores con el objetivo de coconstruir una secuencia de enseñanza sobre un tema dado, que posteriormente será implementada y revisada en un proceso iterativo (Santini et al., 2024). Cooperar desde esta perspectiva permite abordar problemas educativos desde diversas miradas, facilitando la búsqueda de soluciones que beneficien a todos los involucrados (Sensevy et al., 2013); promoviendo un proceso de construcción conjunta de conocimiento a partir de las aportaciones de los distintos participantes; brindando posibilidades de una mejora real de la práctica docente, y estableciendo vínculos de reciprocidad, diálogo y aprendizaje colectivo.

Los estudios que presentamos aquí se realizaron en el marco de dos tesis de maestría que abordan la enseñanza escolar de conocimientos específicos: el tratamiento de la información en preescolar (Laguna, 2016) y la geometría en secundaria (Castaño, 2021). La colaboración que surgió tuvo diferentes matices en cada investigación. En preescolar, no fue un elemento central previsto con las maestras, pero se gestaron formas de trabajo conjunto que nos ayudaron a comprender las transformaciones de las secuencias didácticas y los factores que las originaron. Para secundaria, el enfoque de colaboración fue la estrategia metodológica que nos permitió explorar un dispositivo de desarrollo profesional docente mediante el análisis e implementación de situaciones didácticas.

Ninguna de las dos investigaciones fue concebida desde su génesis como una IC, sin embargo, en análisis posteriores encontramos que la colaboración configuró un buen lugar para la construcción de conocimiento didáctico-matemático en los espacios de análisis colectivo. Esto nos motivó a estudiar de manera más sistemática a la IC como enfoque, mirando nuestras experiencias a la luz de algunos de sus planteamientos teóricos. Particularmente, nos cuestionamos: ¿puede la concepción de cooperación desde las IC aportarnos una forma más sistemática de estudiar este enfoque en nuestras experiencias? ¿Bajo qué condiciones se produce conocimiento didáctico-matemático, a propósito de la cooperación que se establece entre profesores e investigadores en nuestros estudios? ¿Qué papel tiene la reconstrucción e implementación de situaciones didácticas en los procesos de colaboración que identificamos?

Para abordar estas cuestiones, tomamos los tres principios fundamentales de la IC: la postura de ingeniero, la búsqueda de la simetría y el ascenso de lo abstracto a lo concreto (Santini et al., 2024). En el marco de la cooperación, la postura de ingeniero distingue cómo docentes e investigadores se asumen frente a la tarea común de diseñar, implementar y analizar situaciones de enseñanza; esto implica que cada quien aporte su punto de vista, explicitando lo que “ve” y lo que “sabe” desde su conocimiento específico (Santini et al., 2024; Sensevy et al., 2013). En ese sentido, la búsqueda de simetría es consustancial a la postura de ingeniero, pues se manifiesta en el seno de la postura común que se mantiene al interior del diálogo de ingeniería, creando zonas locales de indistinguibilidad entre los aportes de investigadores y profesores (Santini et al., 2024). Finalmente, el principio de ascenso de lo abstracto a lo concreto da cuenta de un proceso que pretende actualizar una idea de la eficacia didáctica en la realidad de un dispositivo probado (Santini et al., 2024) gracias a la posibilidad de ir y venir entre los análisis colectivos y las implementaciones, estableciendo una dialéctica entre las formas abstractas de la realidad y los acontecimientos prácticos en los dispositivos cooperativos, lo que permite una mayor densidad epistémica en el colectivo. Creemos que el análisis que presentamos de nuestras investigaciones desde la óptica de estos principios coadyuvará a una mayor comprensión de cómo se gestan nuevos conocimientos a propósito de la reconstrucción de situaciones didácticas vinculadas al trabajo colaborativo de docentes e investigadores.

2. Metodología

Los estudios presentados son de corte cualitativo y se fundamentan en el diseño experimental de situaciones didácticas. Adoptamos la Ingeniería Didáctica de Desarrollo (Perrin-Glorian, 2011) para preescolar y el Enfoque de Colaboración en investigación (Desgagné et al., 2001) para secundaria. Además, utilizamos la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD; Brousseau, 1998) como marco para el diseño y análisis de las situaciones. En ambas investigaciones, estas perspectivas situaron a la planeación conjunta, a la implementación en aula por parte de los docentes y al análisis posterior en el centro de la dinámica de trabajo entre investigadores y docentes. Consideramos que estas formas de trabajo conjunto entre los participantes dialogan con la idea de cooperación que propone la IC, por lo que revisaremos nuestras experiencias en términos de lo que esta cooperación posibilita (o no) para la construcción de conocimientos, apoyándonos en los tres principios de la IC explicitados previamente. Los encuentros de docentes e investigadores fueron videograbados y transcritos para su análisis, asegurando el anonimato de los participantes. En cada investigación, la interpretación de las interacciones se realizó asignando categorías analíticas acordes con los marcos metodológicos tomados como referencia, lo que nos permitió desarrollar textos que se fueron afinando con las aportaciones teóricas.

2.1. El tratamiento de la información en preescolar

De las cuatro situaciones didácticas implementadas en este estudio, decidimos analizar aquí la de gráfica de barras, la cual constituye un recurso que los alumnos no pondrían en juego de manera espontánea, por lo que las educadoras debían introducirla directamente. Como veremos, esta característica generó inquietud en las docentes. La gráfica se elabora con motivo de decidir el sabor de gelatina que prefiere la mayoría del grupo. En esta situación se abordaron aspectos de número, de operaciones aditivas y multiplicativas, y de medición.

El estudio se realizó en 2015 con tres educadoras que contaban con 10 a 11 años de servicio: Ximena y Emilia de 3° grado, e Irma, que impartía clases en 1°. En la tesis se analizó lo ocurrido con los grupos de tercero (alumnos de 4 a 5 años) en dos jardines de niños, uno rural y otro urbano, en el estado de Michoacán, México. Realizamos un taller de ocho horas para explorar el enfoque didáctico y las situaciones que propusimos. Durante tres meses, se implementaron 22 clases y sostuvimos tres encuentros con las docentes, donde se compartieron dificultades y soluciones de lo que iba ocurriendo en sus prácticas. Una vez avanzado el análisis, tuvimos encuentros individuales con cada educadora para comentar algunos hallazgos.

2.2. La geometría en secundaria

En este estudio, los investigadores adaptamos tres situaciones de comunicación, introducidas por la TSD y ampliamente investigadas (Fregona, 1995), con el objetivo de estudiar las características y propiedades de las figuras geométricas. Estas situaciones proponen un juego por equipos, donde un grupo de alumnos (los emisores) tiene un dibujo de una figura y debe enviar un mensaje escrito a otro grupo –que la desconoce– (los receptores), de manera que puedan reproducirla. La validación se realiza superponiendo la copia con el dibujo original, ganando los equipos con reproducciones idénticas. Cada una de las situaciones elegidas involucraba diferentes figuras geométricas: en la primera se optó por configuraciones de rectángulos con diagonales o líneas paralelas a uno de sus lados; la segunda por paralelogramos y, la tercera, por triángulos, con el objetivo adicional de estudiar los criterios de congruencia.

El estudio se realizó en 2019 y duró cuatro semanas; en la primera, organizamos una sesión en la que analizamos con los docentes algunas características generales del tipo de situaciones didácticas que se aplicarían con los alumnos. Luego, cada semana tuvimos una sesión colectiva y la implementación de una de las tres situaciones de comunicación. Estas sesiones tuvieron dos propósitos: 1) analizar lo ocurrido en la clase anterior y 2) repasar la planeación de la clase siguiente para ajustarla. Participaron cuatro docentes con más de 10 años de servicio (Liliana, Ignacio y Sara de 1° y 2°, y Fabio de 3°) adscritos a dos escuelas secundarias distintas en la

Ciudad de México. La edad de los estudiantes con los que se hicieron las implementaciones oscilaba entre los 13 y 14 años

3. Resultados

En este apartado nos apoyamos en episodios que constituyeron el trabajo con los docentes en diferentes momentos: en preescolar, el taller inicial, las sesiones in situ que surgieron para analizar la implementación en marcha y dos encuentros posteriores al análisis de estas; en secundaria, las sesiones colectivas de planeación y el análisis de las implementaciones.

3.1. Las gráficas de barras en preescolar

En el estudio, nos interesaron las transformaciones que las maestras realizaban a las situaciones, a fin de identificar aquellas que podrían hacerlas más factibles para la enseñanza regular (Laguna, 2016). Encontramos que las transformaciones no solo conservaron el sentido de las secuencias, sino que lo enriquecieron (Laguna & Block, 2020a). A esta diversidad de formas de desarrollar buenas clases a partir de una misma situación la denominamos “interpretación de la partitura”, aludiendo al oficio de un director de orquesta que interpreta y adapta una pieza musical según su visión particular, obteniendo así una “versión” de esta. Aquí, nos interesa mostrar cómo la reconstrucción de las situaciones configuró conocimientos didáctico-matemáticos que se gestaron en un ambiente colaborativo, promoviendo una mirada común sobre los hechos didácticos entre investigadores y docentes, aún con las diferentes interpretaciones. Para nosotros, esta postura compartida frente a la mejora de las situaciones didácticas configura una forma de colaboración genuina que no estuvo premeditada por el marco de la investigación, sino por el interés colectivo de mejorar las situaciones, y como efecto deseable, de incidir en las prácticas y en el aprendizaje de los alumnos.

3.1.1. El taller, oportunidad para construir un marco común de entendimiento

En retrospectiva, vemos que el taller sentó las bases para compartir una postura de aprendizaje y trabajo compartido que se mantuvo durante la fase de implementación y posterior a la conclusión de la tesis. Consideramos que el trabajo conjunto relativo al análisis de las situaciones didácticas nos permitió compartir y construir conocimientos, dando lugar a un marco de entendimiento común entre educadoras e investigadores. Enseguida, destacamos un episodio que muestra cómo el bagaje de conocimientos didácticos de las maestras les permitió analizar en profundidad un tema, aunque no dominaran algunos aspectos del contenido matemático en estudio, como ocurrió con la gráfica.

Apoyándonos en un texto sobre experiencias de educadoras trabajando con gráficas de barras (Fuenlabrada, 2010), nos propusimos que las docentes se familiarizaran con aspectos didáctico-matemáticos desplegados en el trabajo con gráficas. Durante el análisis de algunos casos presentados en el texto, Ximena señaló una arista sobre la que volvería varias veces: la necesidad de comprender la funcionalidad del conocimiento matemático.

Ma. Ximena: Es que las educadoras no tienen clara la funcionalidad de la gráfica. O sea, ¿para qué la voy a emplear?, o ¿para qué sirven en la realidad?, o a partir de ella, ¿qué acciones puedo hacer? [...] Por ejemplo, en el primer caso [del texto], menciona que es –¡para que no se nos olvide!– como una forma de registrar pues, pero no es una necesidad que sale de los niños, sino una dirección que ella [la educadora] les hace ver.

Al respecto, Irma coincidió con Ximena en que “en el primer caso [del texto], [la maestra] les daba ya cómo hacerlo, ella ya tenía [...] cómo lo iban a resolver”, y esto lo atribuía, no únicamente a desconocer los sentidos del conocimiento matemático, como señala Ximena, sino a la falta de comprensión del enfoque por “resolución de problemas”.

En el mismo episodio, a partir de los planteamientos de Irma y Ximena, la investigadora les cuestionó: con lo que hemos estado revisando, no solo con relación al uso de la gráfica, sino al tratamiento de la información, ¿qué aspectos consideran que deben estar presentes cuando se aborda este tipo de contenidos? Primero, Irma destacó la necesidad de una finalidad para los niños, reforzando lo planteado por Ximena anteriormente. Por su parte, Ximena sostuvo que a largo plazo se esperaba que los alumnos desarrollaran un bagaje de estrategias que les permitieran avanzar a conocimientos nuevos o más complejos:

Ma. Irma: no tiene trascendencia el hecho de estar registrando ahí [en la gráfica] ciertos datos, y que al tener un resultado, ¿qué van a hacer con esa información? [...] no se puede quedar solamente en el uso de la gráfica como para registrar.

Ma. Ximena: siento que los niños ocupaban saber que hay diferentes formas de registrar la información y una de ellas es la gráfica [...] y que a futuro [...] puedan decir “¡ah, pues si tengo este problema, lo puedo resolver con una gráfica!”, pero es solo una de las formas que existen de registro.

Las educadoras comparten entre sí la idea de que proponer registros que tengan sentido para los alumnos implica comprender las razones para su creación y uso, pues como señala Ximena, ayudar a que “algo no se olvide” no es la única función de estos (Laguna & Block, 2020b). Además, coinciden en que los alumnos deben experimentar la necesidad de registrar al enfrentarse a la situación, y no por algo que la educadora les comunica, por lo tanto, es fundamental que ellos resuelvan las situaciones por sí mismos, como señaló Irma. Que los

objetos matemáticos se experimenten como una necesidad de la actividad matemática y no solo por el interés de los docentes, tiene relación con el principio de funcionalidad del conocimiento que se postula en la TSD. En ese sentido, los investigadores encontrábamos coincidencia y compartíamos el modo de ver los hechos didácticos analizados, lo nos permitió configurar un marco de entendimiento común entre docentes e investigadores.

Intercambios de este tipo, que se sostuvieron durante el taller, permitieron a las educadoras externar y compartir significados sobre la enseñanza del tratamiento de la información poniendo en juego sus conocimientos didácticos. Al compartir estos conocimientos con el colectivo, las maestras reafirmaron, validaron y resignificaron lo que sabían tanto por la retroalimentación de sus colegas como por las intervenciones de nuestra parte. Esta capacidad para compartir el saber y elaborar conocimientos comunes fue fundamental en las reuniones realizadas durante la implementación.

3.1.2. Las implementaciones: retroalimentación para la construcción de una visión compartida

En el siguiente fragmento retomamos una preocupación de Ximena, externada en el taller durante el análisis de la situación didáctica a implementar, para que la gráfica se introdujera de forma pertinente durante el trabajo con los niños y que no pareciera artificial.

Ma. Ximena: Por ejemplo, si el niño dice “pues maestra, que cada quien diga su sabor, y votemos” [...], yo hago lo que ellos me digan, pero no les puedo decir “¡oh, pero ¿saben qué? también otra cosa que podríamos hacer” [elonga con énfasis, subrayando lo inconveniente de decirles a los niños que, en vez de su propuesta de votar, harán una gráfica de barras]... [Enseguida se interrumpe y pregunta a los investigadores]: ¿Hago lo que me dicen ellos [votar a mano alzada] primero o no lo hago?

El hecho de que la gráfica de barras sea un registro convencional que no aparece por necesidad de los alumnos, inquietó mucho a las maestras; Ximena en particular destacó la importancia de que los alumnos vieran su relevancia, y –hay que decirlo– justamente la situación de la gráfica de barras no cumplía satisfactoriamente con esa condición.

Previo a la implementación, nos reunimos –educadoras e investigadores– para revisar los cambios realizados a la secuencia a partir del análisis sostenido en el taller, y conocer cómo las interpretaban las maestras. Dado que la forma de proponer la gráfica no fue modificada, Ximena sugirió comenzar con una situación de evocación (Sadovsky, 2005), remitiéndose a una experiencia previa de su grupo con el mismo recurso, la gráfica.

Ma. Ximena: puedes hacer la que dicen ellos [los alumnos] y luego como: “¡Oigan! ¿Y por qué no hacemos ahora esto?”, como introducirles una alternativa [...] ya lo hemos hecho en el libro de Mi Álbum [el libro de texto oficial], les puedo decir: “¡Oigan! y ¿se acuerdan cuando hicimos esto?”.

Ma. Emilia: yo lo pensé al revés, me voy a esperar a que hagamos las gelatinas para luego hacer la de Mi Álbum.

El intercambio de las educadoras sobre la introducción de un nuevo recurso nos permite, como investigadores, reconocer cómo el conocimiento didáctico funciona como eje para ciertas valoraciones. Ximena buscaba retomar una experiencia previa del libro de texto como punto de partida, mientras que Emilia veía en las gelatinas una introducción al nuevo contenido, antes de pasar al libro.

Durante las implementaciones, las docentes enfrentaron esta característica de la situación, cada una a su manera. Ximena no retomó la actividad de Mi Álbum, como había previsto, sino que justificó la gráfica por ciertas contingencias del método propuesto por los niños; algunos elegían el mismo sabor que sus compañeros o querían cambiar de sabor favorito cuando escuchaban otras opciones. Al introducir la gráfica, la educadora dio la oportunidad de repensar el sabor. Al final, los niños, con la guía de la maestra, compararon ambos métodos a través de lo que hemos denominado “validación del método óptimo” (Laguna, 2024) y así optaron por uno solo. Mientras que Emilia le dedicó poco tiempo a la gráfica y se apegó lo más posible al diseño, pero dio más espacio para abordar un problema multiplicativo que implicaba usar la relación “por cada sobre, 6 gelatinas” para determinar la cantidad de sobres de galletina que se debía comprar para el total de gelatinas por hacer.

En los encuentros, las educadoras compartían conocimientos sobre la gestión de clase, los procedimientos de los niños y las fases más complejas de las situaciones. Esta dinámica de trabajo evidenció una horizontalidad en el diálogo entre las docentes, posiblemente respaldada por posturas teóricas y trayectorias profesionales cercanas. Esta mirada común de las maestras sobre los hechos didácticos nos permitió como investigadores ir afianzando un modo compartido de ver las cosas (Sensevy, 2007), afín a todos los participantes, permitiendo nuevas formas de explicar lo ocurrido en las prácticas. Esto implica un proceso en el que la formación didáctica conjunta y la confianza recíproca aumentan progresivamente (Bifano et al., 2023).

3.1.3. La singularidad de las interpretaciones de la partitura; de las situaciones

Hemos enfatizado que las docentes compartían un bagaje común en concepciones didácticas y del contenido, lo que facilitaba una circulación de conocimientos coincidente. Los momentos

de confrontación de ideas fueron escasos, a pesar de que sus experiencias de implementación eran contrastantes. Por ejemplo, coincidían en la importancia de que los alumnos resolvieran por sí mismos, aunque en el aula el grado de reticencia (Sensevy, 2007) sostenida, variaba. En esos contrastes, identificamos formas personales de hacer que tensionaban los conocimientos didáctico-matemáticos expresados y las reflexiones generadas en las reuniones a partir de algunas intervenciones en sus prácticas (Laguna & Block, 2020a). Una muestra de estos contrastes fue el peso que cada educadora otorgó a las fases de la situación de la gráfica. Ximena dedicó la mayor parte del tiempo a plantear la gráfica como opción de registro, un tema que le inquietaba, mientras que Emilia redujo el tiempo destinado a la gráfica para abordar otro problema, como dijimos.

Conversamos con las educadoras exponiendo nuestras primeras interpretaciones como investigadores y buscando acercarnos al entendimiento de sus formas de ver los hechos de la propia práctica. Con Ximena, buscamos comprender sus estrategias para asegurarse de que determinados niños entendían la consigna (Laguna, 2016). Ella explicó que estas formas de intervención (verificar la comprensión del problema, y dar varios ejemplos) las hacía de manera “inconsciente”, para evitarle frustración a sus alumnos o para tener una participación más democrática; “también ayudaba para que al momento de compartir no se sintieran frustrados porque ‘yo no sé y ellos sí’” (Ximena). Estas intervenciones son particularidades que identificamos constantemente en su práctica.

Del intercambio con Ximena, comprendimos que, al compartir nuestras interpretaciones con las educadoras, los investigadores aportábamos a la reconstrucción del marco común de entendimiento haciendo evidentes hechos de la práctica que hasta ahora no eran visibles para las maestras, lo que se deja ver cuando Ximena comunica que sus formas de plantear las consignas eran algo que hacía inconscientemente. En este proceso, las interpretaciones que aportamos y las reflexiones de la maestra sobre los hechos de su práctica son transformados en una cierta reciprocidad (Santini et al., 2024), aportando desde lo que cada uno sabe hacer para crear esta visión compartida.

Con Emilia, buscamos comprender dos aspectos: la poca duración de la actividad con gráficas incluyendo su breve análisis, así como el tiempo destinado al problema de los sobres.

Ma. Emilia: El tipo de gráfica que se dio [el sabor prevalente era muy evidente] no permitió hacer más profundo el análisis con el grupo y [en cambio] esta parte de los sobres les causó más conflicto. [...] se los estoy planteando con un sobre que se divide entre seis, y aparte tengo que hacer la cantidad que me están pidiendo [número total

de gelatinas por grupo]. Siento que fue algo más abstracto, les causó más conflicto [cognitivo] para resolverlo [que la gráfica].

Para Emilia estaba claro que, ante la debilidad del potencial didáctico de la gráfica, había mayores ventajas en desarrollar el problema de los sobres. Coincidimos en que darle espacio a este problema fue una reestructuración oportuna de la situación pues resultó una tarea fecunda en la que los alumnos se mostraron muy implicados. Con Emilia, dar consignas cortas, fomentar el trabajo por equipos, y buscarle el mayor potencial didáctico a las situaciones, como en el último ejemplo, caracterizó su “interpretación de la partitura”.

Consideramos que, con las modificaciones que surgieron en la implementación, las educadoras plantearon soluciones prácticas para mejorar debilidades del diseño que, en su momento, los investigadores no logramos identificar claramente: la forma de introducir la gráfica y el tiempo previsto para resolver el problema de los sobres. En estas transformaciones imprimieron su estilo, enriqueciendo el sentido de la situación. Pero, también, evidenciaron la necesidad de construir formas concretas de superar las dificultades relacionadas con las debilidades de la situación. Como investigadores, reconocemos en las docentes una asunción compartida de responsabilidades al enfrentar las problemáticas que identificaron, manteniendo una postura de trabajo común donde la materialidad del dispositivo para mejorar fue lo fundamental (Santini et al., 2024).

3.2. Las figuras geométricas, sus relaciones y propiedades

De las tres situaciones didácticas estudiadas por el colectivo, consideramos que la reproducción del triángulo podía ser más accesible que la del paralelogramo porque podían evitar la descripción de los ángulos; en cambio con el paralelogramo, para evitar los ángulos era necesario incluir información sobre la altura o la diagonal. Sin embargo, al sumar el objetivo de los criterios de congruencia, la situación 3 se volvió un asunto de gran interés para todos; no solo porque como contenido era central en el plan de estudios, sino por lo difícil que fue lograr los criterios a partir de la situación de comunicación de los mensajes. Para destacar el conocimiento didáctico-matemático que emerge de la colaboración, presentamos nuestra experiencia con esta situación.

3.2.1. Conocimientos que se movilizan al prever las producciones de los alumnos y la posible gestión

Cada sesión de clase en la que se implementó una situación estuvo precedida por una sesión colectiva en la que se analizaba. Buscábamos anticipar posibles producciones de los alumnos, algunas dificultades y, con ello, prever la posible gestión de los maestros. Para cuando se

planteó la situación 3, se habían problematizado algunas cuestiones: identificamos algunas formas en que los alumnos podían caracterizar los rectángulos y paralelogramos (situaciones 1 y 2), y anticipamos informaciones que podían incluir en los mensajes y algunos recursos posibles para la gestión. De las producciones de los alumnos, no habíamos problematizado lo suficiente las dificultades más comunes que aparecieron, como el uso de la posición para describir la figura¹. En este marco, y quizá por la poca dificultad que advertimos en los alumnos para reproducir el triángulo, en la situación 3 el interés se desplazó hacia la búsqueda de los criterios de congruencia:

a) Restringir la cantidad de datos desde la primera aplicación

La primera propuesta fue la siguiente:

Ma. Liliana: Decirles desde el principio [a los alumnos] las instrucciones mínimas para obtener un triángulo.

Investigador: [...] Podemos dejar la primera vez así, abierto, y después, ahora sí, vamos a tratar de ver cuáles son las [condiciones] mínimas. Y se analizará [si] un equipo tuviera tres, otros cuatro y a lo mejor algunos dos [refiere a la cantidad de datos del mensaje], y ahí habrá que ver qué pasa. Seguramente el que nada más da dos [datos], no le tendrá por qué salir un triángulo igual [...].

Restringir la consigna a un mínimo de datos en los mensajes sería necesario para lograr los criterios con los alumnos; pero antes, convenía que describieran la nueva figura (el triángulo) y movilizaran sus conocimientos sobre ella. Consideramos que el primer criterio al que podían llegar los alumnos era LLL (lado-lado-lado), por el escaso conocimiento que mostraron acerca de la funcionalidad del ángulo en la situación de paralelogramos; incluso, podía ser el único criterio que aparecería si los maestros no intervenían para hacerlos avanzar. El investigador propuso que, en una segunda vuelta del juego y tras validar el criterio LLL, se les solicitara otras combinaciones de datos que permitieran la reproducción idéntica. Como veremos, esto no convenció a los maestros porque no veían como una acción natural que los alumnos involucraran a los ángulos.

b) Un contraejemplo para un falso criterio

Se propuso el contraejemplo como un recurso para los casos de combinaciones de datos que no garantizaran la congruencia. Este podía ayudar a convencer a los alumnos de que sus resoluciones no eran válidas para todos los casos, y así sintieran la necesidad de modificarlas

¹ Es decir, que la posición del dibujo que representa la figura se lee desde el efecto que esta tiene con respecto a los bordes de la hoja (Fregona & Orús, 2011).

(Balacheff, 2000). En la discusión, analizamos la combinación AAA (ángulo-ángulo-ángulo); si los alumnos la proponían, el contraejemplo ayudaría a evidenciar que estos datos garantizan la forma, pero no la congruencia entre los triángulos. Este recurso serviría para otras combinaciones como LLA (lado-lado-ángulo).

La mirada anticipada a las producciones de los alumnos y su gestión frente a estas fue en principio movilizada por los investigadores, pero tomó importancia al avanzar la experiencia. El ejercicio de anticipación permite tomar conciencia de la diversidad de maneras de solucionar un problema, así como del interés por comprender lo que hacen los alumnos y de acompañarlos en los desafíos que enfrentan (Sadovsky et al., 2016). Reflexionar en estos sentidos ayudaba a problematizar el conocimiento geométrico por enseñar con las implementaciones de las situaciones y configuraba un trabajo conjunto sobre el saber en sí mismo que favorecía el diálogo entre los participantes y la búsqueda colectiva para lograr los objetivos planteados (Santini et al., 2024).

Al prever un recurso para la gestión, los maestros ponen en juego aspectos como: i) los conocimientos matemáticos que pueden estar disponibles por los alumnos, considerando contenidos que han visto previamente, ii) los conocimientos aún no disponibles para los alumnos, y iii) sus propios conocimientos geométricos y su manera de comprender las situaciones. Esta *historia didáctica* de la clase les permite anticipar producciones muy cercanas a la realidad del aula. Vemos que en el trabajo colaborativo la conceptualización se ve favorecida por la invitación a anticipar lo que puede pasar, ayudando a que la relación conocimiento-problema no sea tan lejana para los maestros, y puedan apropiarse de las situaciones a partir de los análisis que se construyen (Sadovsky et al., 2016).

3.2.2. Conocimientos que se movilizan desde la implementación hasta la reflexión sobre la experiencia

Las observaciones que hicimos de algunas implementaciones, sumadas a las experiencias que los docentes compartieron, dieron cuenta de la diversidad de producciones de los alumnos y de sus maneras de gestionar las situaciones, así como de la necesidad de reestructurar la situación original para el objetivo de estudiar los tres criterios de congruencia. Veamos.

a) Las producciones de los alumnos, lo que ven y hacen los maestros

Tras las implementaciones, los maestros destacaron la dificultad para propiciar los criterios de congruencia (LLL, LAL, ALA). Presentamos los casos de dos maestros que optaron por consignas que modificaron la situación, involucrando a los alumnos en un nuevo contrato.

Ofrecer instrucciones para construir el triángulo:

Ma. Liliana: [...] Decidí darles las instrucciones [...]. Yo les digo: “Trazar un triángulo isósceles de base 11 y altura 10” [...]. Y ya que tienen su triángulo, les digo: “¿De qué otra manera van a construir el triángulo sin usar base y altura [con otros datos distintos]?” [...].

Liliana propuso dos tareas a los alumnos: construir el triángulo con los datos dados y buscar datos distintos que garanticen construir el mismo triángulo. Parecía que la intención de la primera tarea era mostrarles un ejemplo de una combinación de tres datos que servía para la congruencia², para que luego ellos buscaran otros datos posibles. Aunque ya no se trataba de comunicar la figura para la reproducción, Liliana lograba transmitir de entrada una idea potente a los alumnos: había varias maneras (combinaciones de datos) de lograr la congruencia. Una de las mayores dificultades de los maestros fue que, al encontrar el primer criterio (usualmente LLL), los alumnos se resistían a buscar otra forma.

Restringir datos. No dar “ninguna medida”:

Mo. Ignacio: [...] Lo trabajé con la maestra Michelle [su maestra practicante] [...]. A ella se le ocurrió [...] que les diéramos [a los alumnos] el mismo triángulo [la misma figura modelo] y el primer criterio funcionó, nada más dijeron LLL y a todos les quedó igual [...].

[...] Decidimos que si les decíamos: “Bueno pueden dar un lado”, ya les estábamos dando el criterio [ALA]; entonces decidimos que la restricción en el segundo triángulo [en una segunda aplicación] era no decirles lo mismo, no podían tratar ninguna medida [de lados]. No podían dar ninguna medida, entonces nosotros pensamos que iban a voltearse inmediatamente a los ángulos y no fue así [...].

Ignacio daba por sentado que los alumnos entenderían que esta restricción de no dar medidas solo aplicaba para los lados (porque ya habían encontrado una forma efectiva para la congruencia: LLL), y así se fijarían en los ángulos. El análisis previo de Ignacio y Michelle deja ver una tensión entre su interés de orientar la mirada de los alumnos a los ángulos y no “decirles” el criterio que querían que apareciera. Aunque se puede anticipar que la ambigüedad de la restricción podía causar confusión en los alumnos (por ejemplo, al llevarlos a creer que debían buscar otras unidades de medida, como los cuadritos de la hoja, en lugar de otros datos del triángulo), esta fue consecuencia de un intento por orientar y sostener la clase hacia el propósito que privilegiaron: la formulación de los criterios de congruencia.

² En el caso del triángulo isósceles.

Estas decisiones evidencian dos reelaboraciones distintas de los maestros sobre una situación que de entrada presentaba cierta inadecuación para el propósito de estudiar los criterios, así como las maneras en las que intentaron resolverlo a partir de lo que sucedía con los alumnos y de las dificultades que encontraban para hacer avanzar la clase. Estos sucesos significativos de la práctica (Santini et al., 2024) mostraron que las hipótesis de trabajo asumidas por el colectivo eran susceptibles de mejoras para los fines planteados.

b) Reelaboraciones a la luz de la experiencia

Las dificultades que compartieron los maestros para lograr los objetivos de cada situación demandaron la necesidad de hacerles ajustes de distinto tipo. Para la situación 3 se propusieron variantes más adecuadas para generar los criterios de congruencia.

La constatación empírica para validar un criterio. Esta propuesta retoma el recurso usado por Liliana (darles a todos los alumnos los mismos datos para construir un triángulo), pero orientado a la necesidad de convencer a los alumnos de la validez de un criterio:

Investigador: [...] Podía ser algo así como tomar uno de los casos y decir: “Bueno, ¿y cómo podríamos estar seguros?” Una manera es: “¿Y si hacemos un triángulo todos?, cada uno hace uno, con los tres lados que les pongo en el pizarrón y luego vamos a compararlos todos a ver si todos salen iguales o alguno diferente”. No es una prueba matemática muy rigurosa, pero ayudaría mucho ver que 40 triángulos salieron iguales con los tres lados. Pero, para que tenga mucho chiste eso, sería bueno hacerlo también con alguno de los mensajes en donde la cosa no sale [...].

De las implementaciones nos quedó la impresión de que los alumnos no se convencían de que ciertas combinaciones mínimas de datos resultaban *suficientes* para reproducir un triángulo idéntico y que servían para cualquier triángulo, no solo para el ejemplo. Como necesitábamos pensar en estrategias concretas que involucraran a los alumnos en la construcción de estas ideas clave como la suficiencia y la generalización, propusimos explorar posibilidades y apoyarse en la validación empírica para generar pruebas contundentes que les permitieran convencerse de su validez.

“Mensajes económicos” para lograr datos mínimos. Considerando que los mensajes producidos por los alumnos destacaron por largas descripciones para construir las figuras y por la importancia dada a la posición de la figura en la hoja para caracterizarlas, se propuso lo siguiente:

Investigador: Bueno, nos importa llegar a esos tres datos [los criterios], pero también hay que ver que tienen muchas palabras que ellos podían quitar. [Podemos decirles]: “Si se tratara de mandar telegramas y cada palabra cuesta mucho dinero, ¿cómo le haces para que sean menos palabras?”.

Pensar en mensajes *económicos* podía generar en los alumnos la necesidad de buscar términos de los que se pudiera inferir información que podía omitirse en las descripciones. Esto llevaría a trabajar la idea (implícita) de suficiencia con los alumnos; también, ayudaría en un reto más conceptual: darse cuenta de que, si una base de un triángulo no se dibuja horizontalmente, no pasa nada, esto es, el reto de desentenderse de la posición absoluta, para atender solo a la posición relativa de las otras partes de la figura.

En síntesis, las dificultades que tuvieron los maestros para propiciar la formulación de los criterios evidenciaron la necesidad de hacer cambios a la situación original de mensajes y, a partir de esto, una previsión más fina de estrategias para la gestión que ayuden a lograr este objetivo. Desde los aportes de maestros e investigadores, se plantearon mejoras a la situación original y la necesidad de diseñar actividades complementarias para el propósito de los criterios. No obstante, es posible que en cierto momento sea necesario introducir restricciones adicionales (por ejemplo, la de no usar el criterio LLL, como sugirió Ignacio), lo que podría debilitar el carácter adidáctico de la situación. Esto, en conjunto, constituye un conocimiento de ingeniería didáctica sobre la situación que emerge de la experiencia y posibilita al colectivo reformular las hipótesis de trabajo, tanto a nivel epistémico como la implementación concretizada (Santini et al., 2024).

4. Discusión

En una revisión retrospectiva de nuestros estudios a la luz de la IC, encontramos aspectos cercanos a esta que favorecieron los procesos de colaboración y la construcción de conocimiento, entre los que cabe destacar: i) la puesta en juego de los conocimientos de los docentes sobre un contenido y su didáctica; ii) dos objetivos compartidos: el interés por el aprendizaje de los estudiantes y la intención de comprender problemas de la práctica docente, y iii) una “hipótesis de trabajo” común: las situaciones didácticas. Por otro lado, encontramos aspectos que no tuvimos en cuenta y que nos llevan a repensar las condiciones para promover la colaboración entre docentes e investigadores. Dedicaremos esta sección a algunas de estas últimas cuestiones.

a) Una postura de ingeniero común a los distintos participantes. En nuestras investigaciones, la reconstrucción de las situaciones, que se entretendió con la discusión colectiva y las implementaciones, reveló aspectos de esta postura asumida por los distintos participantes. El trabajo común permitió conceptualizar y concretizar el saber que se quería transmitir en la medida en que las implementaciones mostraron insuficiencias en las situaciones y en las hipótesis de trabajo que guiaban las experiencias.

Las situaciones analizadas, aunque se caracterizaban por su potencial didáctico para el estudio de los contenidos previstos, presentaban carencias que los investigadores no advertimos de entrada: la situación de registro de los sabores de gelatina preferidos en un grupo no justificaba por sí misma el uso de la gráfica de barras; la situación de comunicar en un mensaje la información necesaria para que un receptor dibuje un triángulo igual al del emisor no era totalmente adecuada para dar lugar a los criterios de congruencia de los triángulos. Observamos que estas deficiencias generaron dificultades identificadas por docentes e investigadores, y dieron lugar al desarrollo de ciertas alternativas para superarlas, principalmente por parte de los docentes.

b) Zonas borrosas, el principio de simetría. Como dijimos anteriormente, consideramos al principio de simetría como consustancial a la postura de ingeniero; en los casos que presentamos, identificamos momentos donde pudimos ver rasgos de una *cooperación epistémica* (Sensevy et al., 2013), en tanto que maestros e investigadores aportaban desde su posición en la reconstrucción de las situaciones didácticas; dos ejemplos fueron las estrategias para lograr los criterios de congruencia que involucraban a los ángulos o las formas de introducir la gráfica como una forma de registro necesaria. Sin embargo, hay dos cuestiones relacionadas entre sí que nos inquietan y que interpretamos en términos de tensiones en la búsqueda de la simetría.

La primera cuestión refiere a aquellos momentos en los que nos fue difícil sostener la simetría o en donde nos preguntamos si se mantuvo. Un caso frecuente fue cuando, al sentir la necesidad de hacer algún cuestionamiento a la gestión de algún maestro, o a una formulación incorrecta de un conocimiento matemático, tendimos a intervenir con mucha cautela y a veces optamos por no hacerlo. ¿Debimos haber sido más contundentes en aras de una aportación más clara? Ahora reconocemos que sí. Consideramos que lo que motivó nuestra cautela fue el temor de caer en una superioridad epistémica poniendo en tensión la construcción de confianza, disminuyendo así el ritmo en el que se podía lograr la simetría. Desde la IC, se postula la necesidad de que cada quien juegue “su juego” y proponga al colectivo su punto de vista desde su posición (Morales et al., 2017); esto resulta fundamental para promover el diálogo y la construcción de una comprensión común para todos los participantes. Sin embargo, encontramos tensiones para sostener el principio de simetría y, a su vez, reconocer las diferencias entre los aportes de los distintos actores.

La segunda cuestión se refiere al riesgo de una tensión entre la formación y la colaboración (Sadovsky et al., 2016) si nuestras intervenciones dejaran de ser aportaciones a las discusiones colectivas y se convirtieran en acciones formativas dirigidas hacia los maestros, relegando sus contribuciones. En nuestros estudios, identificamos claros aportes al desarrollo profesional de

los docentes, constituidos por la experiencia misma de participar en el análisis, prueba y reflexión sobre las situaciones didácticas. Estos aportes no provinieron de acciones directas de los investigadores, sino de la retroalimentación que recibían sobre su práctica, como la brindada por su propia clase, las respuestas de sus alumnos ante las situaciones, y las aportaciones de colegas e investigadores en las discusiones colectivas (Castaño & Block, 2021; Laguna, 2016). Este trabajo de reciprocidad deja ver el potencial de la colaboración para construir conocimiento didáctico-matemático, y para enriquecer y transformar las prácticas gradualmente.

Lo que nos resultó problemático fue que, ante una influencia excesiva de los investigadores sobre aspectos discutidos en el colectivo, se genera tensión con la búsqueda de la simetría. Nos cuestionamos si, al empujar las discusiones hacia nuestro interés de que los maestros se fijaran en ciertas cuestiones del contenido y su didáctica, privilegiamos nuestros conocimientos sobre los intereses de los docentes. Como señalan Block et al. (2013), “los maestros no miran necesariamente lo que los investigadores o los formadores suponen ni, por tanto, reciben siempre la retroalimentación de la experiencia que se podría pensar” (p. 39). Lo que era evidente para nosotros al anticipar las producciones de los alumnos o analizar una clase, a veces resultaba ajeno para los maestros. Es necesario, como señalan estos autores, construir con los docentes una mirada informada que desentrañe la experiencia del aula y supere una visión superficial sobre lo que hacen los alumnos, para centrarse en aspectos de su propia gestión. Dado que hay un proceso para enriquecer la perspectiva y generar confianza para compartir dificultades, la sensación de falta de tiempo nos puso frecuentemente ante la disyuntiva de presionar para hacer visibles ciertos aspectos de la práctica o adoptar una postura más paciente.

c) El ascenso de lo abstracto a lo concreto. La posibilidad de ir y venir entre los análisis colectivos y las implementaciones nos permitió abonar a una densidad epistémica respecto de los fines iniciales que nos propusimos y las maneras que encontraron sentido en la práctica (Santini et al., 2024). En nuestro caso, los ejemplos presentados para cada investigación, si bien no se constituyeron como ejemplos emblemáticos, dieron cuenta de acciones y estrategias didácticas concretas que resultan posibles o necesarias para enriquecer y mejorar las situaciones, abonando a su factibilidad en las aulas, gracias al contraste de las distintas implementaciones que tuvimos de una misma situación didáctica.

El conocimiento generado permitió identificar qué aspectos funcionan en un diseño didáctico y qué debe modificarse. Sin embargo, nuestros estudios no siguieron una estructura iterativa como en una IC, pues no realizamos implementaciones sucesivas de una misma secuencia. Esto se debió, por un lado, a la falta de claridad sobre las posibilidades de adquirir una mayor

densidad epistémica (Santini et al., 2024) al insertar las secuencias en dicha estructura, así como a las restricciones logísticas en las que se llevaron a cabo estos estudios. Reconocemos ventajas en que la duración de las experiencias sea más larga que las seis u ocho semanas que duraron las nuestras, lo que implica superar los tiempos disponibles para que los docentes participen, ya que deben hacerlo fuera de su horario laboral y trasladándose con sus propios recursos a las reuniones. La variable tiempo es crucial en el contexto de la cooperación no solo por la posibilidad de un proceso iterativo que abone a esta densidad epistémica, sino también por la búsqueda de simetría en el colectivo. Para ello, es necesario invertir tiempo en la construcción de confianza.

5. Conclusiones

En este artículo repasamos dos experiencias que involucran a docentes e investigadores cooperando –de manera prevista o no– para los fines en común de cada investigación, y las analizamos desde tres principios centrales de la IC. Destacamos la fecundidad de las experiencias desde el punto de vista de la construcción de conocimientos didáctico-matemáticos. Pusimos atención en aspectos que, a la luz de dichos principios, nos llevaron a descubrir carencias en nuestros trabajos, como la dificultad para desarrollar procesos iterativos. También destacamos aspectos problemáticos sobre los que consideramos necesario profundizar, tales como la búsqueda de la simetría y la tensión con la formación docente. A futuro, vemos potencial en realizar estudios de mayor alcance que nos permitan consolidar los colectivos e iterar el proceso de investigación.

6. Referencias

- Balacheff, N. (2000). *Procesos de prueba en los alumnos de matemáticas*. Uniandes, Una Empresa Docente.
- Bifano, F., Broitman, C., Damisa, C., Duarte, B., Dyszel, F., Estevez, S., Laguna, M., Morales, G., Novembre, A., & Perelman, F. (2023). Reflexiones sobre Ingenierías Cooperativas del Grupo de estudio latinoamericano. En F. Athias, D. Cariou, L. Coco-Goletto, M.-J. Gremmo, M. Le Paven, & F. Louis (Eds.), *ACTES du 3° Congrès International de la Théorie de l'Action Conjointe en Didactique (TACD 2023). Coopération et dispositifs de coopération* (Vol. 1, pp. 152-164). Université de Bretagne Occidentale.
- Block, D., Martínez, P., Mendoza, T., & Ramírez, M. (2013). La observación y el análisis de las prácticas de enseñar matemáticas como recursos para la formación continua de maestros de primaria. Reflexiones sobre una experiencia. *Educación Matemática*, 25(2), 31–59.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Éditions La Pensée Sauvage.
- Castaño, Y. (2021). *Trabajo colaborativo entre profesores de secundaria e investigadores. Una experiencia en torno a la caracterización y congruencia de figuras geométricas* [Tesis de maestría]. Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/2783>
- Castaño, Y., & Block, D. (2021). Interacciones entre maestros, y con investigadores, como recursos de formación. Algunos resultados de una experiencia colaborativa en torno a la enseñanza de la geometría [memoria electrónica]. *Congreso Nacional de Investigación Educativa CNIE-2021*.
- Desgagné, S., Bednarz, N., Lebuis, P., Poirier, L., & Couture, C. (2001). L'approche collaborative de recherche en éducation: Un rapport nouveau à établir entre recherche et formation. *Revue des Sciences de l'éducation*, 27(1), 33-64. <https://doi.org/10.7202/000305ar>
- Fregona, D. (1995). *Les figures planes comme "milieu" dans l'enseignement de la géométrie: interactions, contrats et transpositions didactiques*. L'Université Bordeaux I.

- Fregona, D., & Orús, P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemáticas*. Libros del Zorzal.
- Fuenlabrada, I. (2010). *Investigación evaluativa de la implementación del PEP04. Campo de Pensamiento Matemático. Informe final de investigación*. Secretaría de Educación Pública. <https://bit.ly/2J432nH>
- Laguna, M. (2016). *La enseñanza del Tratamiento de la información en preescolar. Un estudio sobre procesos de interpretación y reconstrucción de situaciones didácticas* [Tesis de maestría]. Departamento de Investigaciones Educativas del Centro de Investigación y Estudios Avanzados del IPN. <https://repositorio.cinvestav.mx/handle/cinvestav/2749>
- Laguna, M. (2024). *Situación didáctica de gráficas de barras: un recurso para el análisis de datos en preescolar* [Manuscrito enviado para publicación].
- Laguna, M., & Block, D. (2020a). Reconstrucción de situaciones didácticas de matemáticas en el aula. Un estudio en preescolar. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa-relime*, 23(3), 331-356. <https://doi.org/10.12802/-relime.20.2333>
- Laguna, M., & Block, D. (2020b). Haciendo Gelatinas: dos situaciones didácticas sobre la creación y uso de registros con niños preescolares. *Educación Matemática*, 32(3), 8-38. DOI: 10.24844/EM3203.01
- Morales, G., Sensevy, G., & Forest, D. (2017). About cooperative engineering: Theory and emblematic examples. *Educational Action Research*, 25(1), 1-12. <https://doi.org/10.1080/09650792.2016.1154885>
- Perrin-Glorian, M. J. (2011). La ingeniería didáctica como interfaz de la investigación con la enseñanza. Desarrollo de recursos y formación de profesores. En C. Margolinas, M. Abboud-Blanchard, L. Bueno-Ravel, N. Douek, A. Fluckiger, P. Gibel, F. Vandebrouck, & F. Wozniak (Eds.), *Amont et en Aval des Ingénieries Didactiques. XV École d'Été de Didactique des Mathématiques* (pp. 55-76). La Pensée Sauvage. <https://bit.ly/368ePKg>

- Sadovsky, P. (2005). La Teoría de Situaciones Didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. En H. Alagia, A. Bressan, & P. Sadovsky (Eds.), *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática* (pp. 13-65). Libros del Zorzal.
- Sadovsky, P., Itzcovich, H., Quaranta, M. E., Becerril, M. M., & García, P. (2016). Tensiones y desafíos en la construcción de un trabajo colaborativo entre docentes e investigadores en didáctica de la matemática. *Educación Matemática*, 28(3), 9-29. <https://doi.org/10.24844/EM2803.01>
- Santini, J., Athias, F., Bloor, T., Kerneis, J., Vergon, A., Louvel, G., & Sensevy, G. (2024). Les Ingénieries Coopératives. Fonctionnement général et système de principes. En Collectif Didactique pour Enseigner (CdpE, Eds.), *Un art de faire ensemble. Les Ingénieries Coopératives* (pp. 59-75). Presses Universitaires de Rennes.
- Sensevy, G. (2007). Categorías para describir y comprender la acción didáctica. En G. Sensevy, & A. Mercier (Eds.), *Agir ensemble: l'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (Trad. de Juan Duque, pp. 5-34). Presses Universitaires de Rennes.
- Sensevy, G., Forest, D., Quilio, S., & Morales, G. (2013). Cooperative engineering as specific design-based research. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 45(7), 1031-1043. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0532-4>