



CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN INICIAL EN LAS ÁREAS DE GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA: UNA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA SISTEMATIZADA

GEOMETRY AND TRIGONOMETRY KNOWLEDGE IN PRE-SERVICE MATH TEACHERS: A SYSTEMATIZED BIBLIOGRAPHIC REVIEW

Gerardo Cruz-Márquez ()*

Gisela Montiel-Espinosa

Cinvestav

México

Resumen

En este artículo presentamos una síntesis –amplia y actualizada– de la investigación acerca del conocimiento del profesorado de Matemáticas en formación inicial, en general y en las áreas de geometría y trigonometría. Esta es fruto de una revisión bibliográfica sistematizada que aúna un estudio secundario y terciario de literatura. Como parte de los resultados destacamos el predominio de investigaciones empíricas, cualitativas, a pequeña escala y realizadas por instituciones/profesores formadores al interior de sus propios espacios/cursos, así como de estudios centrados en el conocimiento matemático del profesorado, llevados a cabo desde una perspectiva prescriptiva y deficitaria. Concluimos subrayando la necesidad de más investigaciones sobre el conocimiento del profesorado en el área de trigonometría, así como de estudios a gran escala, realizados y publicados en países hispano/lusohablantes, y con objetivos que trasciendan el foco en el conocimiento matemático y la visión prescriptiva y deficitaria del conocimiento del profesorado en formación inicial.

Palabras clave: Conocimiento; formación de profesores; trigonometría; geometría.

Abstract

In this article, we present a comprehensive and updated synthesis of research on the knowledge of Mathematics teachers in initial training, both in general and in the areas of geometry and trigonometry. This synthesis is the result of a systematized bibliographic review that combines a secondary and tertiary study of the literature, including specific studies published between 1986 and mid-2020 in high-impact journals in the Americas and Europe, as well as previous reviews on this topic.

Among the descriptive results, related to the characteristics of the research products considered, the limited research reported on the knowledge of teachers in initial training around trigonometry stands out. Also noteworthy is the predominance of internal studies—conducted by teachers or training institutions within their own courses or settings—originating from English-speaking countries, qualitative and empirical in nature, and on a small scale, typically involving between 1 and 50 participants.

These characteristics regarding who, how, and where research in the field is conducted align with those reported in previous bibliographic reviews, showing that these trends have persisted for more than 15 years, regardless of the inclusion of Spanish- and Portuguese-speaking journals or the focus on specific educational levels and mathematical areas.

Among the analytical results, concerning the content of the research products included in the review, the focus on mathematical knowledge of teachers in initial training stands out, in comparison to the attention given to teaching knowledge or in relation to the teaching practice. Likewise, there is a predominant prescriptive and deficit-oriented view of teacher knowledge, focusing on what teachers should know or what they do not do, do not know, or do not understand.

(*) Autor para correspondencia:

Gerardo Cruz-Márquez

Cinvestav

Departamento de Matemática Educativa
Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, San Pedro Zacatenco, C.P. 07360, Ciudad de México, México.

Correo de contacto:

gerardo.cruz@cinvestav.mx

©2010, Perspectiva Educacional

<http://www.perspectivaeducacional.cl>

RECIBIDO: 28.02.2023

ACEPTADO: 14.04.2024

DOI: 10.4151/07189729-Vol.63-Iss.3-Art.1465

In conclusion, we emphasize the need for more research on teacher knowledge in trigonometry, as well as large-scale studies conducted and published in Spanish- and Portuguese-speaking countries, with objectives that go beyond mathematical knowledge and the prescriptive and deficit-oriented view of the knowledge of teachers in initial training.

Keywords: Knowledge; teacher education; trigonometry; geometry.

1. Introducción

Según Lerman (2001), el auge de la investigación sobre el profesorado de Matemáticas y su formación es fruto del “reconocimiento de la enorme influencia del profesor en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los niños” (p. 33; traducción propia). Adler et al. (2005), por su parte, consideran que la emergencia y apogeo de este campo es también un desarrollo natural de la disciplina, “que comenzó con un enfoque en los planes de estudio en los 70, pasó a centrarse en los alumnos en los 80-90 y, más recientemente, ha pasado a centrarse en los profesores” (p. 374; traducción propia).

De cualquier manera, el auge de este campo en la matemática educativa es evidente. Como muestra de ello podemos mencionar la creación y consolidación de revistas dedicadas a los estudios sobre el profesorado de Matemáticas y su formación, como *Journal for Mathematics Teacher Education*, y la inclusión de este campo entre los temas de discusión de los principales eventos de la disciplina, entre ellos las conferencias anuales del *International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)* y el *International Congress on Mathematical Education (ICME)*.

Así, pese a ser un campo relativamente joven, estas casi cuatro décadas de intensa investigación sobre el profesorado de Matemáticas y su formación han permitido la constitución de distintas áreas y líneas de investigación, al igual que de espacios en los que estas se reflexionan, discuten y amplían de forma constante.

Una de estas áreas –quizá una de las más robustas por ser primigenia del campo– es la del conocimiento docente. Existen múltiples revisiones bibliográficas al respecto (p. ej. Adler et al., 2005; Lerman, 2001; Liljedahl et al., 2009; Llinares & Krainer, 2006; Sánchez, 2011; Tatto et al., 2009). No obstante, algunos de estos estudios se realizaron hace más de 20 años, solo incluyen fuentes de habla inglesa y/o se enfocan exclusivamente en el profesorado en formación continua –docentes en ejercicio–, por lo que nos ofrecen una visión un tanto estrecha y lejana de la investigación sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial –centro de este estudio–.

Por otro lado, en la última década, producto del interés de la matemática educativa por comprender fenómenos didácticos relativos a áreas matemáticas específicas, distintos productos de investigación –dedicados a dichas áreas– han referido al conocimiento del profesorado. Tal es el caso de algunas revisiones bibliográficas y libros sobre educación de la geometría (p. ej. Herbst et al., 2017; Jones & Tzekaki, 2016; Sinclair et al., 2017). De esta manera se ha conformado un

panorama sobre el conocimiento docente en general y por áreas temáticas, que se actualiza con el tiempo, así como con la emergencia y consolidación de nuevas problemáticas y enfoques de estudio.

Sumado a esto, en nuestro caso, en el marco de un programa de investigación orientado al estudio de la construcción social de conocimiento trigonométrico, decidimos llevar a cabo una revisión bibliográfica que sirviera de base para un proyecto de investigación con el profesorado de Matemáticas de educación secundaria y media superior¹ en formación inicial². La configuración y ejecución de dicha revisión estuvo fuertemente condicionada por nuestros antecedentes de investigación y nuestra perspectiva teórica acerca del papel que juega la naturaleza del conocimiento matemático en la explicación de los fenómenos didácticos.

Respecto a esto último, en su estudio histórico-epistemológico, Montiel (2011) distinguió tres etapas de significación trigonométrica: geométrica, variacional y analítica, cada una asociada con prácticas y situaciones-problema de diferentes épocas. Los trabajos posteriores del programa de investigación profundizaron en estas etapas, robusteciendo la propuesta: no ver a la trigonometría solo como un campo escolar, sino problematizarla desde su uso y funcionalidad. Ejemplo de esto es el trabajo de Cruz-Márquez y Montiel-Espinosa (2022), una investigación de corte histórico que profundiza en la primera etapa de significación, a través de un análisis textual y contextual de la tabla trigonométrica construida por Ptolomeo en los preliminares matemáticos del *Almagesto*.

En dicho estudio, los autores identifican los *usos del conocimiento geométrico* y su organización en prácticas durante la resolución del *problema trigonométrico* de medición indirecta de distancias en el contexto del círculo. Con base en estos resultados hacen un planteamiento epistemológico para el rediseño del discurso matemático escolar.

En consecuencia, ante la falta de amplitud y actualidad de las revisiones bibliográficas previas y la advertida importancia del conocimiento geométrico en la significación de lo trigonométrico, como primera etapa de nuestro proyecto de investigación llevamos a cabo una revisión bibliográfica sistematizada. Esta investigación documental aúna el estudio terciario de las revisiones sobre el conocimiento docente y el estudio secundario de las investigaciones acerca del conocimiento del profesorado en formación inicial en las áreas de trigonometría y geometría. De esta última se focalizan las nociones próximas a la trigonometría clásica y a la razón trigonométrica que, pese a

¹ Utilizamos la nomenclatura de niveles educativos usual en México: educación secundaria (12-15 años) y media superior (15-18 años).

² En adelante referido simplemente como “profesorado en formación inicial”.

su cercanía conceptual, se reportan altamente disociadas en espacios escolares (Navarro & Villalva, 2009).

La revisión presentada tiene un propósito dual: proveernos de un panorama general de la investigación realizada sobre el conocimiento del profesorado de Matemáticas y –al seno de esta– de una visión detallada de los estudios previos que versan acerca del conocimiento del profesorado en formación inicial específicamente en las áreas de geometría y trigonometría.

Con esta doble perspectiva atendemos cuestiones como: ¿quién y cómo se investiga el conocimiento del profesorado en formación inicial, en general y en las áreas de geometría y trigonometría?, ¿cuáles son los principales resultados de estos estudios?, ¿coinciden los resultados de las revisiones previas con las investigaciones más recientes y/o publicadas en fuentes latinoamericanas?, y, en su conjunto, ¿qué retos y oportunidades plantean para el área y la línea de investigación?

Esta revisión bibliográfica nos permite no solo introducirnos a un campo de estudio sumamente vivaz y hacernos de elementos para delinear nuestro proyecto de investigación, sino que también significa un aporte al campo, en tanto síntesis –amplia, sistematizada y actual– de la investigación relevante respecto al conocimiento del profesorado en formación inicial, en general y en las áreas de geometría y trigonometría.

En este artículo describimos el método seguido en nuestra revisión bibliográfica; detallamos los resultados –descriptivos y analíticos– encontrados; comparamos los resultados con los de otros estudios de la disciplina y, por último, planteamos algunas implicaciones y propuestas para estudios posteriores.

2. Metodología

Existen diferentes tipos de revisiones bibliográficas y de metodologías para llevarlas a cabo. Grant y Booth (2009), por ejemplo, enlistan 14 tipos de revisiones y sus metodologías asociadas. Entre ellas incluyen a las revisiones bibliográficas sistemáticas y sistematizadas.

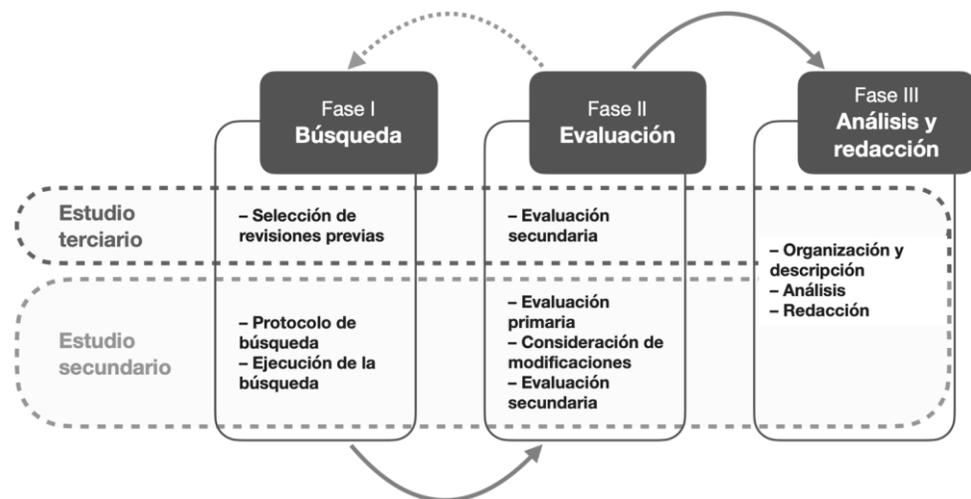
De acuerdo con Kitchenham y Charters (2007), las *revisiones bibliográficas sistemáticas* son una metodología reproducible, auditable y sistemática para formular preguntas de investigación relevantes sobre un área temática o fenómeno de interés y para buscar, seleccionar, analizar y sintetizar toda la investigación relevante, empírica o teórica, necesaria para responder dichas preguntas de investigación.

Las *revisiones bibliográficas sistematizadas*, por su parte, son aquellas que mantienen algunos elementos de las revisiones sistemáticas, ante el reconocimiento de que no es de interés o no se cuenta con los recursos necesarios para realizar una revisión sistemática completa (Grant & Booth, 2009). Nacen como variaciones de las revisiones sistemáticas que intentan adaptar sus potencialidades (principalmente su replicabilidad, transparencia y sistematicidad) a las investigaciones cualitativas.

En nuestro caso, dado el carácter más bien exploratorio y el propósito dual de nuestra revisión, decidimos realizar una revisión bibliográfica sistematizada. Existen diversas propuestas respecto a cómo llevar a cabo este tipo de estudios. Inspirados en el trabajo de Codina (2018), estructuramos nuestra revisión bibliográfica en tres fases, diferenciadas –durante las dos primeras fases– según estudio terciario y secundario (Figura 1).

Figura 1

Fases de nuestra revisión bibliográfica sistematizada



La fase de búsqueda incluyó, para el estudio terciario, la recolección de las revisiones bibliográficas previas sobre el conocimiento del profesorado de Matemáticas y su formación –en general o en geometría– que eran conocidas por el grupo de investigación y las que eran citadas en estas primeras. Se reunió un total de 10 productos de investigación (artículos, *handbooks* y capítulos de libro).

Mientras, para el estudio secundario esta fase comprendió el establecimiento del protocolo inicial y la ejecución de la búsqueda bibliográfica. El protocolo explicita los objetivos de la búsqueda –aludidos más arriba–; las fuentes, 19 revistas americanas y europeas de alto impacto en nuestra

disciplina –tomando en cuenta a Andrade-Molina et al. (2020); y Williams & Leatham (2017)–; las palabras claves, que incluían “formación inicial docente”, “profesor en formación inicial”, “profesor AND geometría”, “profesor AND trigonometría”, sus términos homólogos y traducciones al inglés; criterios de inclusión y exclusión de resultados asociados a los objetivos; y el periodo de la búsqueda, los estudios publicados entre 1986, fecha en la que Shulman propone su tipología del conocimiento del profesor, y la fecha de la búsqueda –mediados de 2020–.

La fase de evaluación abarcó, para el estudio terciario, únicamente la evaluación secundaria de las revisiones bibliográficas recolectadas. Esta refiere a la lectura comprensiva y construcción de fichas bibliográficas de cada uno de los productos de investigación. Las fichas (ver formato en Complemento 1³ y ejemplo en Complemento 2) incluyeron la información general del documento (título, autor/a, año y referencia) y aspectos centrales de su contenido (objeto del estudio, los elementos teóricos, los aspectos metodológicos y metódicos, y principales resultados), así como los extractos (citas textuales) y notas que consideramos relevantes para los objetivos de nuestra revisión bibliográfica.

Mientras, para el estudio secundario esta fase incluyó la modificación del protocolo inicial, fruto de la evaluación de la cantidad y calidad de resultados encontrados en la búsqueda inicial. En este punto realizamos tres cambios importantes al protocolo inicial (ver protocolo final en Complemento 3). Primero, ajustamos las palabras claves en idioma inglés, en pro de obtener resultados más precisos. Segundo, decidimos hacernos de tres tipos adicionales de resultados: los estudios generales –de tipo revisión bibliográfica–, los periféricos de investigación –que versan sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial, pero en áreas distintas a geometría y trigonometría– y los periféricos temáticos –que tratan sobre trigonometría clásica, pero que no trabajan con profesores/as en formación inicial–. Y tercero, acordamos procesos de búsqueda para algunos casos especiales, por ejemplo, revistas cuyos buscadores no permitían la cantidad de caracteres que requerían las palabras claves determinadas.

Por último, la fase de análisis y redacción comprendió dos etapas: la organización, descripción e interpretación de los resultados obtenidos, y la redacción de la revisión bibliográfica correspondiente. La primera incluyó tres tareas principales: la reorganización de los resultados –con base en la evaluación secundaria–; la construcción de tablas descriptivas que sintetizaran algunas características de los resultados, como el tipo de investigación, población, cantidad de

³ Con el afán de comunicar de forma abierta ciertos aspectos de esta revisión bibliográfica, elaboramos una base de datos en línea con algunos instrumentos y recursos construidos a causa de esta. Los referimos en el escrito por su número de complemento y pueden consultarse de forma conjunta en: <https://doi.org/10.7910/DVN/1TFZF9>

participantes, entre otros; y la constitución de categorías emergentes de información, de acuerdo con los extractos y notas de las fichas bibliográficas individuales, y sin perder de vista los objetivos de la revisión.

3. Resultados

En los siguientes dos apartados mostramos, respectivamente, las tablas descriptivas construidas y sus principales implicaciones, y una síntesis de los resultados analíticos encontrados fruto del estudio detallado de las categorías de información construidas.

3.1. Resultados descriptivos: quién y cómo se investiga

Producto de la evaluación secundaria, redujimos los resultados de nuestro estudio secundario de 59 a 48. Estos incluyen 26 estudios específicos sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial, 3 en el área de trigonometría (E. E. T.) y 23 en geometría (E. E. G.); 3 estudios generales (E. G.); y 19 estudios periféricos, 13 periféricos de investigación (P. I.) y 6 estudios periféricos temáticos (P. T.).

Tabla 1

Cantidad y tipos de resultados de la búsqueda por revista

Revista	Cant.	Por categoría				
		E. E. T.	E. E. G.	E. G.	P. I.	P. T.
Mathematics Education Bulletin (Bolema)	10	0	3	0	6	1
Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Relime)	0	0	0	0	0	0
Educación Matemáticas (EM)	2	0	1	0	1	0
Revista Latinoamericana de Etnomatemática (RLE)	0	0	0	0	0	0
Revista Iberoamericana de Educación Matemática (UNIÓN)	7	0	4	1	2	0
Revista de Didáctica de las Matemáticas (UNO)	0	0	0	0	0	0
Revista de Didáctica de las Matemáticas (NÚMEROS)	1	0	0	1	0	0
Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas (SUMA)	0	0	0	0	0	0
Avances de Investigación en Educación Matemática	2	0	0	0	1	1

CONOCIMIENTO DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS EN FORMACIÓN INICIAL EN LAS ÁREAS DE GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA: UNA REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA SISTEMATIZADA

(AIEM)						
Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática (EPSILON)	1	0	1	0	0	0
Revista de Investigación en Didáctica de las Matemáticas (PNA)	1	0	0	0	1	0
Revistas hispano/lusohablantes	24	0	9	2	11	2
Educational Studies in Mathematics (ESM)	9	1	5	0	0	3
Journal for Research in Mathematics Education (JRME)	0	0	0	0	0	0
Journal of Mathematical Behavior (JMB)	4	2	1	0	1	0
For the Learning of Mathematics (FLM)	0	0	0	0	0	0
Mathematical Thinking and Learning (MTL)	1	0	1	0	0	0
Journal of Mathematics Teacher Education (JMTE)	5	0	3	1	1	0
ZDM Mathematics Education (ZDM)	3	0	2	0	0	1
Mathematics Education Research Journal (MERJ)	2	0	2	0	0	0
Revistas anglohablantes	24	3	14	1	2	4
Total	48	3	23	3	13	6

Esta tabla permite diversas lecturas, no obstante, para los fines de este estudio, una de las observaciones más relevantes es la escasa investigación sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial en el área de trigonometría reportada –comparada con el número de estudios en el área de geometría–. Al ser un tópico propio de la matemática educativa y dados los amplios criterios de nuestra búsqueda –en diversidad de fuentes, periodo de búsqueda, etc.–, esta observación señala un primer espacio de investigación en nuestra disciplina.

Para entrar un poco más en detalle, presentamos una tabla que sintetiza algunas de las características de los 26 estudios específicos sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial en las áreas de geometría y trigonometría, que son la base de nuestro estudio secundario⁴ (Tabla 2).

⁴ No se incluyen los estudios periféricos pues no se corresponden con el objeto de este estudio, su propósito es informar las decisiones teórico-metodológicas que se deben tomar posteriormente en el proyecto de investigación.

Tabla 2

Características de los estudios específicos

Característica	E. E. G.	E. E. T.	Total
Idioma			
Español	9	0	9 (34,6%)
Inglés	14	3	17 (65,4%)
Tipo de investigación			
Empírica	23	3	26 (100,0%)
Teórica	0	0	0 (0,0%)
Cualitativa	22	3	25 (96,2%)
Cuantitativa	0	0	0 (0,0%)
Mixta	1	0	1 (3,8%)
Población			
Profesores/as en formación inicial	19	3	22 (84,6%)
Profesores/as en formación inicial y continua	4	0	4 (15,4%)
Cantidad de participantes			
De 1 a 25	12	3	15 (57,7%)
De 26 a 50	5	0	5 (19,2%)
Más de 50	1	0	1 (3,8%)
No explícito	5	0	5 (19,2%)
Año de publicación			
2000 a 2005	3	1	4 (15,4%)
2006 a 2010	4	0	4 (15,4%)
2011 a 2015	8	1	9 (34,6%)
2016 a 2020	8	1	9 (34,6%)
Estudio interno/externo			
Interno	19	3	22 (84,6%)
Externo	3	0	3 (11,5%)
No explícito	1	0	1 (3,8%)

Esta síntesis nos permite hacer algunas observaciones adicionales respecto a quién y cómo se realiza la investigación sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial en dichas áreas temáticas. Así, podemos decir que la publicación de estudios en esta línea parece haber crecido en los últimos 20 años; que la mayoría de estas investigaciones se publican en idioma inglés;

prácticamente todas son cualitativas y empíricas; mayoritariamente son estudios a pequeña escala –de entre 1 y 50 participantes–, y casi todas las investigaciones consideradas son de tipo interno –realizadas por profesores/instituciones formadoras al interior de sus propios cursos/espacios–.

Por último, presentamos una tabla que sintetiza algunas de las características de los 3 estudios generales (E. G.) y los 10 productos de investigación denominados como otros (Otros), en cuanto estudios secundarios que versan sobre la formación y el conocimiento –general o en geometría– del profesorado de Matemáticas, que son la base de nuestro estudio terciario (Tabla 3).

Tabla 3

Características de los estudios generales y otros

Características	E. G.	Otros	Total
Idioma			
Español	2	0	2 (15,4%)
Inglés	1	10	11 (84,6%)
Tipo de investigación			
Revisión sistemática	0	5	5 (38,5%)
Revisión no sistemática	2	4	6 (46,2%)
Estudio internacional	1	1	2 (15,4%)
Cualitativa	3	10	13 (100,0%)
Cuantitativa	0	0	0 (0,0%)
Mixta	0	0	0 (0,0%)
Énfasis			
Formación inicial docente	0	2	2 (15,4%)
Formación docente –inicial y continua–	3	5	8 (61,5%)
Geometría	0	3	3 (23,1%)
Perspectiva de la formación docente			
Como práctica	2	1	3 (23,1%)
Como campo de investigación	1	8	9 (69,2%)
Ambos	0	1	1 (7,7%)
Año de publicación			
2000 a 2005	1	2	3 (23,1%)
2006 a 2010	1	4	5 (38,5%)
2011 a 2015	0	1	1 (7,7%)

2016 a 2020	1	3	4 (30,8%)
Tipo de producto de investigación			
Capítulo de libro	0	4	4 (30,8%)
Artículo	3	2	5 (38,5%)
<i>Handbook</i>	0	2	2 (15,4%)
<i>ICMI Study</i>	0	2	2 (15,4%)

De esta síntesis podemos subrayar que casi todas las revisiones bibliográficas y estudios generales considerados están publicados en idioma inglés, que la mayoría refieren a la formación docente como campo de investigación y no de práctica, y que encontramos estudios sistemáticos y no sistemáticos de literatura casi en la misma proporción.

Cabe mencionar también que en nuestras fuentes no se incluyen revisiones bibliográficas específicas en el área trigonometría –como sí en geometría– dado que, durante la ejecución de la búsqueda, no encontramos investigaciones secundarias que refieran a los estudios de dicha área temática con nuestra población de interés.

3.2. Resultados analíticos: conocimiento del profesorado en formación inicial

Presentamos los principales resultados analíticos de nuestra revisión bibliográfica en tres partes: conocimiento sobre matemáticas, conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, y conocimiento y práctica. Esta división no es inusual en revisiones sobre el conocimiento del profesorado dados los antecedentes del campo (p. ej. Ponte & Chapman, 2006).

En cada una de estas partes, conforme con el propósito y disposición de nuestra revisión, describimos y contrastamos los resultados respecto al conocimiento del profesorado en general –encontrados fruto de la revisión terciaria– y sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial específicamente en las áreas de geometría y trigonometría –encontrados producto de la revisión secundaria–.

3.2.1. Conocimiento sobre las matemáticas

El conocimiento matemático es ampliamente reconocido como uno de los atributos críticos del profesorado de Matemáticas, por lo que no sorprende que sea el foco de la mayor parte de la investigación en el área del conocimiento docente. Ponte y Chapman (2006), por ejemplo, al analizar las conferencias del PME realizadas desde 1977 a 2005, mencionan que encontraron

estudios relativos al conocimiento matemático de los/as profesores/as en casi todos los años incluidos y con mayor recurrencia en las últimas dos décadas.

Gran parte de este cúmulo de estudios coinciden en lo problemático, fragmentado o inadecuado que es el conocimiento matemático del profesorado de nivel secundario y medio superior. El aludido estudio de Ponte y Chapman (2006), por ejemplo, menciona que “la mayoría de los estudios realizados durante los tres decenios de conferencias del PME, directa o indirectamente, se centraron en las dificultades o deficiencias que los profesores mostraban para determinados conceptos o procesos matemáticos” (p. 463; traducción propia), y que

muchos estudios muestran que el conocimiento de las matemáticas de los profesores es generalmente *problemático* en términos de lo que los profesores saben, y cómo mantienen este conocimiento de los conceptos o procesos matemáticos, incluyendo conceptos fundamentales del currículo de matemáticas de la escuela. *No siempre poseen una comprensión profunda, amplia y exhaustiva del contenido que deben enseñar.* (p. 484; traducción propia, énfasis añadido)

Coincidiendo con esto, Tsamir (2007) explicita que diversos estudios del campo han comprobado que en ocasiones el conocimiento matemático de los/as profesores/as en formación inicial y continua acerca de los temas que enseñan es fragmentado y/o inadecuado.

En el área de geometría, los estudios consultados coinciden con lo mencionado hasta ahora sobre el conocimiento matemático del profesorado. Es decir, gran parte de la investigación en esta línea alude a las deficiencias y poca adecuación de dicho conocimiento. Por ejemplo, Sinclair et al. (2017) mencionan que los estudios acerca del conocimiento geométrico del profesorado de Matemáticas realizados con base en los niveles de Van Hiele concuerdan en que la mayoría de los/as profesores/as se ubican en el nivel 1 y 2 de dicho modelo. En este sentido, las autoras concluyen que “las investigaciones existentes sugieren que los profesores de muchos países diferentes *no están adecuadamente preparados en geometría*” (p. 475; traducción propia, énfasis añadido).

Adicionalmente, advertimos dos tipos de resultados respecto al conocimiento geométrico del profesorado en formación inicial: los que reportan problemas y dificultades al trabajar con nociones geométricas específicas, y los que informan de fenómenos didácticos más generales.

Entre los primeros, dados los intereses de nuestra investigación, destacamos los que se centran en nociones geométricas cercanas al trabajo con trigonometría clásica. Por ejemplo, Jones y

Tzekaki (2016) señalan la diversidad de interpretaciones que profesores/as de primaria y secundaria en formación inicial dan al ángulo: como una línea que consta de dos segmentos de recta, como dos rayos o como una región definida por estos elementos, así como su indecisión respecto a si un ángulo se extiende fuera de la representación mostrada o no.

También aluden a algunas concepciones erróneas que estos/as profesores/as evidencian al trabajar con triángulos:

Entre ellas figuraban la idea de que la base de un triángulo es necesariamente horizontal (con el resto de la figura sobre ella) y la altura necesariamente vertical y/o dibujada desde el punto más alto, la idea de que los triángulos deben ser necesariamente isósceles, que las altitudes deben ser internas, la idea de que cada triángulo tiene solo una base y una altura, confundiendo la altura con la mediana, el uso de la terminología de los triángulos rectángulos con los no rectángulos, varias ideas erróneas sobre el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones, y errores con la fórmula para el área de un triángulo. (Jones & Tzekaki, 2016, p. 134; traducción propia)

Por otro lado, entre los fenómenos didácticos generales reportados al trabajar con el profesorado en formación inicial en el área de geometría, destacamos tres: la percepción visual, el uso del lenguaje y los prototipos geométricos.

Con relación al primero, diversas investigaciones –entre ellas, Cruz & Mántica (2017); Etcheverry et al. (2013); Iglesias & Ortiz (2019)– coinciden en que los/as profesores/as en formación inicial, al trabajar situaciones geométricas, tienden a dejarse llevar por la percepción visual de los objetos geométricos, por encima de sus propiedades y relaciones matemáticas.

Respecto al segundo fenómeno didáctico, de forma similar a como sucede con la terminología de los triángulos mencionada por Jones y Tzekaki (2016), hay reportes respecto a imprecisiones en el uso del lenguaje al trabajar con otras nociones geométricas. Por ejemplo, Iglesias y Ortiz (2019) mencionan que, al resolver algunas tareas de demostración en ambientes de geometría dinámica, los/as profesores/as de secundaria en formación inicial “hablan de ángulos iguales en vez de ángulos congruentes, así como la división del segmento AB en n partes proporcionales en vez de su división en n partes iguales” (p. 168).

En cuanto al fenómeno de los prototipos geométricos, diferentes investigaciones –entre ellas, Freyre & Mántica (2019); Iglesias & Ortiz (2019); Jones & Tzekaki (2016); Mamolo & Pali, (2014)–

aluden a que los/as profesores/as en formación inicial tienen imágenes prototípicas muy arraigadas respecto a qué son y cómo se representan los objetos geométricos –planos o sólidos–.

Por último, en el área de trigonometría, aunque –como adelantamos– en nuestra búsqueda solo encontramos tres estudios específicos de este tipo, dos de ellos refieren parcialmente al conocimiento trigonométrico del profesorado en formación inicial: Moore et al. (2016) y Weber et al. (2020).

El primero se centra en los significados del círculo unitario de dos profesores en formación inicial cuando se los expone a un enfoque de enseñanza con fundamentos en el razonamiento cuantitativo. Dados nuestros intereses, el aporte más relevante del estudio es explicitar algunas características del trabajo en trigonometría de los profesores en formación inicial. Por ejemplo, los autores señalan que el trabajo en trigonometría de los estudiantes de pregrado se centra en el desarrollo de procedimientos y cálculos paso a paso; y aluden a la dificultad de estos para construir objetos geométricos al trabajar tareas de trigonometría: “lo que parecían carecer estos estudiantes era de la capacidad o inclinación para construir objetos geométricos mental o físicamente para ayudarlos a lidiar con situaciones trigonométricas” (Weber, 2005, en Moore et al., 2016, p. 222; traducción propia).

El estudio de Weber et al. (2020), por su parte, pretende dar evidencia de que un curso de matemáticas avanzadas puede ser útil no solo para el aprendizaje matemático de los futuros docentes, sino también para su proceder pedagógico. Para nuestra investigación, el resultado más relevante de este estudio es la evidencia respecto a deficiencias en el conocimiento trigonométrico de los/as profesores/as en formación inicial, en particular respecto a las funciones y ecuaciones trigonométricas.

3.2.2. Conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas

Pese a la poca cantidad de estudios que aluden al conocimiento sobre la enseñanza –en comparación con los que tratan sobre el conocimiento matemático del profesorado–, este tipo de estudios ha encontrado resultados sumamente interesantes para el campo. Entre ellos, destaca el rol de la experiencia para el desarrollo del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas.

En esta línea, Ponte y Chapman (2006) concluyen que los profesores acaban desarrollando su conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas producto de sus experiencias profesionales y percepciones personales. No obstante, la influencia de la experiencia no se limita a la labor docente, también las experiencias como estudiantes han demostrado ser determinantes en el desarrollo del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas.

Morales (2018), por ejemplo, señala que el profesorado en formación inicial, “cuando llega a la universidad, ya trae una idea sobre cómo enseñar algún tipo de contenido matemático, y probablemente esa concepción es producto de su experiencia personal vivida como alumno en una escuela” (p. 1051). Esto podría entenderse como natural puesto que, como mencionan Liljedahl et al. (2009), al trabajar con profesores/as de Matemáticas en formación inicial, “lo que están aprendiendo es también cómo están aprendiendo” (p. 29; traducción propia).

En el área de geometría, encontramos varios estudios que señalan lo poco adecuado que es el conocimiento para la enseñanza del profesorado en formación inicial y –coincidiendo con lo mencionado más arriba– el importante rol de la experiencia para el desarrollo de este tipo de conocimiento.

Por ejemplo, Herbst et al. (2017) mencionan que la forma en que los programas de formación docente planifican y enseñan geometría a los/as profesores/as parece no estar bien alineada con el conocimiento relevante para la enseñanza de esta área matemática, por lo que estos últimos terminan aprendiéndose “típicamente en el trabajo a través de la experiencia de la enseñanza de la materia” (p. 140; traducción propia).

De acuerdo con esto, Sinclair et al. (2017) señalan que la experiencia en la enseñanza de esta área parece tener mayor influencia en el conocimiento sobre la enseñanza de la geometría que los cursos universitarios recibidos al respecto o los años de experiencia en la enseñanza de la matemática en general.

Por último, en el área de trigonometría, la única investigación que hace referencia al conocimiento sobre la enseñanza del profesorado es la de Cavey y Berenson (2005), quienes estudian el crecimiento de la comprensión de la trigonometría del triángulo rectángulo de una profesora en formación inicial, mientras esta planifica una lección sobre el tópico a través de un *lesson plan study*. Para nuestros fines, el resultado más relevante de esta investigación es la conjetura de que los contextos de enseñanza no solo permiten el crecimiento de la comprensión de las matemáticas escolares por parte de los/as profesores/as en formación, sino que también conducen “a un crecimiento en la comprensión de las estrategias de enseñanza por parte de los futuros profesores” (Cavey & Berenson, 2005, p. 188; traducción propia).

3.2.3. Conocimiento y práctica

Según Shriki (2010), de reconocer que “los profesores tienden a enseñar de la manera en que se les enseñaba en la escuela” (p. 159; traducción propia), se desprende la necesidad de instruir y exponer a los/as profesores/as en formación a prácticas de aula en las que implementen enfoques de enseñanza innovadores.

En efecto, estos procesos de instrucción y práctica durante la formación docente reportan múltiples beneficios. Por ejemplo, Hollebrands y Lee (2016) observan que a medida que los/as profesores/as adquieren experiencia con los estudiantes “pueden anticipar mejor cómo responderá un estudiante a una pregunta planteada y pueden formular una pregunta o respuesta de seguimiento adecuada” (p. 149; traducción propia).

Mientras, Llinares y Krainer (2006) mencionan que el acercar el conocimiento y la práctica en la formación de los/as profesores/as de Matemáticas les ofrece una mejor oportunidad de integrar la teoría y la práctica, esto es, ampliar su vocabulario, cambiar su visión de la enseñanza, desarrollar una mayor sensibilidad hacia los estudiantes y el reconocimiento de la legitimidad de las perspectivas de pensamiento puestas en juego en una situación particular.

No obstante, pese a los beneficios reportados al involucrar al profesorado en formación inicial en experiencias de aula, la revisión realizada muestra que este tipo de estudios son escasos al compararlos con los estudios que se centran en el conocimiento matemático e incluso con las investigaciones acerca del conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas. En este sentido, Ponte y Chapman (2006) concluyen su revisión bibliográfica mencionando que:

La mayoría de los estudios sobre los conocimientos matemáticos de los profesores se centraron en un hecho, concepto o procedimiento matemático particular de una manera que no nos da una idea de la relación con la práctica. [...] Parece, entonces, que la labor futura debería incluir un enfoque en el entendimiento de los conocimientos que tienen los maestros en términos de su comprensión y en relación con la práctica. (p. 487; traducción propia)

En el área de geometría encontramos solo referencias indirectas al tema. Herbst et al. (2017) señalan que “la formación previa al servicio de los profesores no prepara adecuadamente a los profesores para la enseñanza de la geometría” (p. 146; traducción propia) y que “el conocimiento de la geometría de los profesores continúa creciendo con el tiempo; es decir, los profesores están aprendiendo a través de la enseñanza” (p. 146; traducción propia), con lo que dejan ver la

necesidad e importancia de la práctica docente para el desarrollo del conocimiento del profesorado en formación.

Por último, no encontramos en nuestra revisión resultados y discusiones acerca del conocimiento del profesorado en formación inicial en el área de trigonometría con relación a su práctica.

4. Discusión

Dedicamos esta sección para ampliar la reflexión en tres direcciones: i) las características de los estudios incluidos en nuestra revisión –resultados descriptivos–; ii) el contenido de dichas investigaciones sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial, en general y en las áreas de geometría y trigonometría –resultados analíticos–; y iii) el planteamiento y potencialidad particular de esta revisión bibliográfica.

En relación con lo primero, algo que llamó nuestra atención es que, pese a ser más específica –por centrarse en la formación inicial docente, en un nivel educativo concreto y en áreas temáticas particulares– y a tener fuentes diferentes –al incluir también revistas hispano/lusohablantes–, las características de las investigaciones consideradas en nuestro estudio son consistentes con las reportadas por revisiones previas.

Por ejemplo, la revisión bibliográfica sistematizada realizada por Adler et al. (2005), quienes estudian la formación docente a través de ocho revistas, cinco *conference proceedings* y un *handbook* –todos de países anglohablantes–, también reporta el predominio de estudios internos, provenientes de países de habla inglesa, de naturaleza cualitativa y empírica, y a pequeña escala.

Así, nuestro estudio reconoce que las características identificadas por Adler et al. (2005) no parecen haber cambiado en los últimos 15 años en las fuentes anglohablantes y, además, que estas se extienden a las investigaciones publicadas en países hispano/lusohablantes y a las que se centran en el conocimiento del profesorado en formación inicial en áreas matemáticas particulares, como geometría y trigonometría.

Acerca de las interpretaciones de estas características, nos parecen aún muy pertinentes las conclusiones del estudio de Adler et al. (2005). Estas incluyen, por ejemplo, que, dado que las responsabilidades profesionales de los formadores del profesorado abarcan tanto la investigación como la docencia, resulta natural el predominio de investigación interna y a pequeña escala, pues

los formadores suelen estudiar fenómenos concretos de enseñanza-aprendizaje al interior de sus propios cursos.

Por otro lado, en cuanto al contenido de las investigaciones consultadas, observamos ciertas regularidades acerca del qué y desde qué perspectiva se estudia el conocimiento del profesorado en formación inicial. Sobre el qué se estudia, advertimos una gran concentración de resultados relativos al conocimiento matemático, y menor cantidad en los que respectan al conocimiento para la enseñanza o en relación con la práctica del profesorado en formación inicial.

Esto, como mencionamos, fue observado por estudios previos (p. ej. Ponte & Chapman, 2006) y, como muestra nuestra revisión bibliográfica, no parece ser muy diferente en las fuentes hispano/lusohablantes incluidas, con el transcurso de los últimos lustros o al centrarnos en áreas temáticas específicas.

Una posible interpretación para este hecho es considerarlo como fruto del desarrollo mismo del campo, que pasa de preguntarse por fenómenos didácticos que enfrentan los estudiantes de educación media superior o superior a los que enfrenta el profesorado en formación –inicial o continua– al aprender una noción matemática específica.

De ser así, consideramos que producto de la reforma dinámica que atraviesa a nivel mundial la formación docente (Tatto et al., 2010) y del creciente desarrollo de perspectivas teóricas especializadas en el conocimiento del profesorado –entre ellas, conocimiento matemático para la enseñanza (MKT), *knowledge quartet*, *mathematics for teaching* (MfT), *professional noticing*, y el modelo del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK)–, en las próximas décadas se desarrollarán y difundirán cada vez más estudios específicos acerca del conocimiento –no solo el matemático– que el profesorado construye y pone en juego en su práctica.

Con relación a cómo se estudia el conocimiento del profesorado en formación inicial, observamos –quizá asociada a la centración en el estudio del conocimiento matemático– el predominio de una visión que podríamos caracterizar como prescriptiva y deficitaria. El carácter prescriptivo refiere a la preminencia de cuestionamientos sobre qué conocimiento debería tener, en lugar de qué conocimiento tiene, el profesorado de Matemáticas en formación. Esta dualidad, según Liljedahl et al. (2009), puede explicarse –en gran parte– como “producto de la constante confluencia de la teoría, la investigación y la práctica en el campo de la enseñanza de las matemáticas y no puede ni debe resolverse mediante la exclusión de una u otra” (p. 30; traducción propia).

Lo deficitario, por su parte, alude a la centración en los errores y dificultades del profesorado en formación inicial. Ante este hecho, en su revisión bibliográfica sistematizada, Ponte y Chapman (2006) concluyen que

la imagen emergente del profesor es la de un profesional con un conocimiento deficiente, en particular, de las matemáticas y de la enseñanza de las matemáticas. *Estos estudios ponen de relieve lo que el profesor no sabe, no comprende o no hace.* (p. 486; traducción propia, énfasis añadido)

Estimamos que en las próximas décadas el predominio de esta visión en los estudios sobre el conocimiento del profesorado será menos marcada aún, fruto de la mayor producción y difusión de investigaciones planteadas al seno de perspectivas teóricas especializadas, con propósitos más bien descriptivos y centradas en algo más que el conocimiento matemático del profesorado.

Una última reflexión que nos parece relevante es que, dada la postura y los antecedentes histórico-epistemológicos de nuestro grupo de investigación, este tipo de estudios tiene el propósito implícito de permitir el planteamiento de estudios que consideren la naturaleza particular de las nociones matemáticas en juego.

En nuestro caso, la revisión bibliográfica sistematizada descrita nos posibilita, a diferencia de los estudios en los que se refiere a la trigonometría como un solo campo escolar (p. ej. Cardoso et al., 2022), plantear investigaciones en el área de trigonometría que amplíen las explicaciones a los fenómenos didácticos reportados –más allá del papel del profesorado, el estudiantado y su contexto–, así como propuestas concretas de trabajo con el estudiantado y profesorado en formación inicial y continua, a sabiendas del conocimiento y prácticas geométricas que estas implican.

5. Conclusiones

Al margen de los resultados mostrados, la investigación sobre el conocimiento del profesorado en formación inicial en las áreas de geometría y trigonometría se caracteriza por el predominio de estudios empíricos y cualitativos, a pequeña escala, realizados por instituciones/profesores formadores al interior de sus propios espacios/cursos, y publicados principalmente en países anglohablantes.

Esta caracterización acerca de quién, cómo y dónde se desarrollan las investigaciones en el campo coinciden con lo reportado por revisiones bibliográficas previas respecto al conocimiento del

profesorado en general. Es decir, dichas características resisten al paso de –en ocasiones– más de 15 años, la inclusión de revistas hispano/lusohablantes, y el enfoque en niveles educativos y áreas matemáticas específicas. Además, como dijimos, interpretamos estas características como consecuencia de las funciones de investigación y docencia atribuidas a los formadores, así como al desarrollo mismo del campo.

Con relación al contenido, advertimos la centración de la investigación en el conocimiento matemático del profesorado en formación inicial, en comparación con la atención prestada al conocimiento para la enseñanza o en relación con su práctica. Además, asociada a dicha centración, reparamos en el predominio de una visión prescriptiva y deficitaria del conocimiento del profesorado, que focaliza su atención en lo que el docente debería conocer, así como en lo que no hace, no sabe o no comprende.

En consecuencia, entre los retos y oportunidades que las investigaciones analizadas dejan al campo, destacamos la poca investigación relativa al área de trigonometría, la necesidad de mayor investigación primaria y secundaria en países hispano/lusohablantes –y de su difusión–, y la realización de estudios más amplios y diversos acerca del conocimiento del profesorado en formación inicial.

En particular, a la luz de los resultados mostrados y bajo los criterios de nuestra revisión, consideramos que algunas brechas de investigación son los estudios a gran escala, con objetivos distintos al de probar las reformas llevadas a cabo por las instituciones/profesores formadores y centrados en fenómenos más extensos que los asociados al aprendizaje de una noción matemática específica. También es importante ampliar el número de investigaciones que incluyen el conocimiento subjetivo, el dominio afectivo, el conocimiento para la enseñanza y en relación con la práctica –y no solo el matemático–, y los realizados desde perspectivas que trasciendan la visión prescriptiva y deficitaria del conocimiento del profesorado en formación inicial.

6. Referencias

- Adler, J., Ball, D., Krainer, K., Lin, F. L., & Novotna, J. (2005). Reflections on an emerging field: Researching mathematics teacher education. *Educational studies in mathematics*, 60(3), 359-381. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-5072-6>
- Andrade-Molina, M., Montecino, A., & Sánchez, M. (2020). Beyond quality metrics: defying journal rankings as the philosopher's stone of mathematics education research. *Educational Studies in Mathematics*, 103, 359-374. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09932-9>
- Cardoso R., P. F., Veiga F. S., M. A., & Reis T., E. (2022). Trigonometria: conhecimento de conteúdo e de ensino fundamentados em uma revisão sistemática de literatura. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, 13(5), 1-23. <https://doi.org/10.26843/rencima.v13n5a25>
- Cavey, L. O., & Berenson, S. B. (2005). Learning to teach high school mathematics: Patterns of growth in understanding right triangle trigonometry during lesson plan study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(2), 171-190. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.03.001>
- Codina, L. (2018). *Revisiones bibliográficas sistematizadas: Procedimientos generales y framework para ciencias humanas y sociales* [Tesis de maestría, Universitat Pompeu Fabra]. Repositorio institucional. <http://hdl.handle.net/10230/34497>
- Cruz-Márquez, G. & Montiel-Espinosa, G. (2022). Medición indirecta de distancias y el trabajo geométrico en la construcción de las nociones trigonométricas. *Acta Scientiae*, 24(4), 81-108. <https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.6911>

- Cruz, M. F., & Mantica, A. M. (2017). El uso del software de geometría dinámica en la formulación y validación de conjeturas. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (51), 69-72. <https://www.union.fespm.es/-/index.php/UNION/article/view/386>
- Etcheverry, N., Reid, M., & Gioda, R. B. (2013). Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): las competencias matemáticas a partir de una estrategia didáctica en un ambiente de geometría dinámica. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (36), 131-144. <https://www.union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/763>
- Freyre, M. L., & Mántica, A. M. (2019). Una nueva mirada a los poliedros regulares. Construcciones que generan sorpresas. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (55), 144-158. <https://www.union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/298>
- Grant, M., & Booth, A. (2009). A typology of reviews: an analysis of 14 review types and associated methodologies. *Health Information and Libraries Journal*, 26(2), 91-108. <https://doi.org/10.1111/j.1471-1842.2009.00848.x>
- Herbst, P., Fujita, T., Halverscheid, S., & Weiss, M. (2017). Teaching practice and teacher knowledge in geometry instruction. En P. Herbst, T. Fujita, S. Halverscheid, & M. Weiss (Eds.), *The learning and teaching of geometry in secondary schools: A modeling perspective* (pp. 114-155). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315267593>
- Hollebrands, K. F., & Lee, H. S. (2016). Characterizing questions and their focus when pre-service teachers implement dynamic geometry tasks. *The Journal of Mathematical Behavior*, 43, 148-164. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.07.004>

Iglesias, M., & Ortiz, J. (2019). La demostración en geometría desde una perspectiva didáctica.

UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática, (55), 159-183.

<https://www.union.fespm.es/index.php/UNION/article/view/297>

Jones, K., & Tzekaki, M. (2016). Research on the Teaching and Learning of Geometry. En A.

Gutiérrez, G. C. Leder, & P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 109-149). Sense Publishers.

https://doi.org/10.1007/978-94-6300-561-6_4

Kitchenham, B., & Charters, S. M. (2007). Guidelines for performing systematic literature

reviews in software engineering (EBSE Technical Report, ver. 2.3.). Keele University and University of Durham. [https://www.elsevier.com/_data/promis_misc-](https://www.elsevier.com/_data/promis_misc-/525444systematicreviewsguide.pdf)

[/525444systematicreviewsguide.pdf](https://www.elsevier.com/_data/promis_misc-/525444systematicreviewsguide.pdf)

Lerman, S. (2001). A Review of Research Perspectives on Mathematics Teacher Education. En F.

L. Lin, & T. J. Cooney (Eds.), *Making Sense of Mathematics Teacher Education* (pp.

33-52). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0828-0_2

Liljedahl, P., Durand-Guerrier, V., Winsløw, C., Bloch, I., Huckstep, P., Rowland, T., Thwaites, A.,

Grevholm, B., Bergsten, C., Adler, J., Davis, Z., Garcia, M., Sánchez, V., Proulx, J.,

Flowers, J., Rubenstein, R., Grant, T., Kline, K., ... Chapman, O. (2009). Components of Mathematics Teacher Training. En R. Even, & D. L. Ball (Eds.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics* (pp. 25-33). Springer.

https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8_4

Llinares, S., & Krainer, K. (2006). Mathematics (student) teachers and teacher educators as

learners. En A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future* (pp. 429-459). Brill.

https://doi.org/10.1163/9789087901127_016

- Mamolo, A. & Pali, R. (2014). Factors Influencing Prospective Teachers' Recommendations to Students: Horizons, Hexagons, and Heed. *Mathematical Thinking and Learning*, 16(1), 32-50. <https://doi.org/10.1080/10986065.2014.857804>
- Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio Socioepistemológico*. Ediciones Díaz de Santos.
- Moore, K. C., LaForest, K. R., & Kim, H. J. (2016). Putting the unit in pre-service secondary teachers' unit circle. *Educational Studies in Mathematics*, 92, 221-241. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9671-6>
- Morales, H. (2018). Influencia de un proceso de formación de profesores en el sistema de enseñanza del concepto de área en estudiantes de pedagogía en matemáticas, un estudio de caso. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 32(62), 1050-1067. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n62a15>
- Navarro, P., & Villalva, M. (2009). Un estudio sobre la desarticulación entre la semejanza y la trigonometría en el bachillerato. En P. Lestón (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 22* (pp. 287-296). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. <http://funes.uniandes.edu.co/4829/1/VillalvaUnestudioAlme2009.pdf>
- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. En A. Gutiérrez, & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: past, present and future* (pp. 461-494). Brill. https://doi.org/10.1163/9789087901127_017
- Sánchez, M. (2011). A review of research trends in mathematics teacher education. *PNA*, 5(4), 129-145. <https://doi.org/10.30827/pna.v5i4.6151>

- Shriki, A. (2010). Working like real mathematicians: developing prospective teachers' awareness of mathematical creativity through generating new concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 73, 159-179. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9212-2>
- Sinclair, N., Cirillo, M., & De Villiers, M. (2017). The learning and teaching of geometry. En J. Cai (Ed.), *Compendium for Research in Mathematics Education* (pp. 457-489). National Council of Teachers of Mathematics.
- Tatto, M. T., Lerman, S., & Novotná, J. (2009). Overview of Teacher Education Systems Across the World. En R. Even, & D. L. Ball (Eds.), *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics* (pp. 15-23). Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-09601-8_3
- Tatto, M. T., Lerman, S., & Novotná, J. (2010). The organization of the mathematics preparation and development of teachers: A report from the ICMI Study 15. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(4), 313-324. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9139-7>
- Tsamir, P. (2007). When intuition beats logic: prospective teachers' awareness of their same sides – same angles solutions. *Educational Studies in Mathematics*, 65, 255-279. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9053-1>
- Weber, K., Mejía-Ramos, J. P., Fukawa-Connelly, T., & Wasserman, N. (2020). Connecting the learning of advanced mathematics with the teaching of secondary mathematics: Inverse functions, domain restrictions, and the arcsine function. *The Journal of Mathematical Behavior*, 57, 100752. <https://doi.org/10.1016/j.imathb.2019.100752>

Williams, S. R., & Leatham, K. R. (2017). Journal Quality in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education JRME*, 48(4), 369-396. <https://doi.org/10.5951-jresmetheduc.48.4.0369>